

摘要

無刷馬達具有高轉矩/慣性比，高效率等優良特性，近來已廣泛應用於產業機械、工業機械人及自動化工具機上。然而無刷馬達驅動器需藉空間角以完成電子換相動作，一般需加裝轉軸感測如光耦合編碼器或解角器，如此將降低電動機結構的強健性及增加系統成本。本計畫探討以數位訊號處理器為中心，藉迴授電機定子端之電壓及電流，估測出磁通鏈空間角，完成定子磁場導向控制及估測電動機之轉速。在速度控制方面，本計畫以線性矩陣不等式控制理論，設計一固定階數多目標的閉回路速度控制器，即在線矩陣不等式的條件下，利用交互投影法則，設計出具有 α 穩定及圓形極點配置雙重性能的固定階數的多目標控制器，完成無轉軸偵測器驅動系統之轉速控制，最後利用數位訊號微處理器作實際驗證本控制法則。

目錄

第一章	緒論	1
1.1	研究動機及目的.....	1
1.2	本文架構.....	2
第二章	無刷馬達之數學式及磁極軸偵測法	3
2.1	無刷馬達之數學模式.....	3
2.2	轉子磁極軸位置估測.....	6
2.3	磁通漂移補償.....	8
第三章	線性矩陣不等式控制器設計	14
3.1	線性矩陣不等式控制定理.....	14
3.2	伺服控制器之設計.....	20
第四章	系統軟硬體之架構	23
4.1	硬體架構.....	23
4.2	系統軟體架構.....	29
第五章	實驗結果	34
5.1	系統響應測試.....	34
5.2	結果分析.....	38
第六章	結論與建議	40

圖例

2.1	無刷馬達之三相交流控制.....	5
2.2	空間向量圖.....	8
2.3	受到漂移影響的磁通鏈空間向量軌跡.....	11
2.4	量測磁通向量 $\vec{\lambda}_L$ (a)實軸 λ_{LR} 及虛軸 λ_{LI} 成分(b)磁通鏈空間向量軌跡.....	12
2.5	估測磁通鏈空間角.....	13
3.1	標準控制系統架構.....	14
3.2	伺服系統迴授控制系統.....	21
3.3	伺服系統標準控制系統架構.....	22
4.1	無轉軸偵測器之無刷馬達可變速系統架構.....	23
4.2	功率級之硬體架構的區塊圖.....	26
4.3	驅動級之硬體架構.....	27
4.4	控制系統模組介面之硬體架構.....	29
4.5	系統軟體架構流程圖.....	30
4.6	三角波切換導通時間波形(a)輸入 $y \geq 0$; (b)輸入 $y \leq 0$	32
5.1	系統模擬子畫面.....	35
5.2	即時控制子畫面.....	35
5.3	速度、轉矩電流、a相及b相之暫態響應圖(1200rpm).....	36
5.4	速度、轉矩電流、a相及b相之暫態響應圖(2000rpm).....	37
5.5	加載時速度、轉矩電流響應圖(1200rpm).....	37
5.6	a相穩態電流波形.....	38
5.7	v_{ab}, v_{bc} 線電壓波形.....	39
5.8	PWM 波形.....	39

表格

3.1 馬達參數.....	22
---------------	----

第一章

緒論

1.1 研究動機及目的

無刷伺服馬達具有高轉矩/慣性比，散熱效果佳，較小體積、高效率、響應速度快以及速度控制範圍廣等優良特性，因此適合位置、速度、力的控制[1, 2, 10, 11, 14]，隨著功率電子元件、數位訊號微處理器及控制等進步，無刷伺服馬達已廣泛應用於產業機械、工業機械人及電腦數值控制工具機等高精密度伺服機械控制的場合[7, 8]。

在工業伺服應用中，一般無刷伺服馬達之轉速控制，需藉光耦合編碼器或解角器來回授電動機的轉子位置及估測轉速，以完成閉回路速度或位置控制。此種方式控制必須在電動機之轉軸上加裝轉軸偵測器，如此將增加系統成本及降低電動機結構的強健性，然而如在高溫高壓或易震動等特殊環境下，並不適合加裝轉軸偵測器。以目前各國極力發展的電動機車為例，由於天候及路面之影響，電動機必須忍受高震動及塵埃等影響，更不適合以轉軸偵測器來回授信號。且就上所述之應用場合，並不需要很精確的速度控制，因此本計畫利用無刷馬達之線電壓及相電流，計算出轉子磁極軸位置，並採用磁場導向控制法，完成無轉軸偵測器之無刷電動機速度控制系統。

本計畫以數位訊號微處理器為核心，迴授馬達的相電流及線電壓，積分求得磁通向量，藉以估測出轉子磁極軸位置及轉速，並配合場導控制法則，調整轉矩電流及磁場電流，並以全數位化完成波寬調便控制變流器，使得實際電流追隨指令電流，以達成轉速控制目的。

在速度控制方面，本計畫以線性矩陣不等式控制理論[15]設計一閉迴路固定階數的多目標速度控制器。在線性矩陣不等式控制理論中，大

部份的研究均利用一組線性矩陣不等式的凸函數特性來設計控制器，假若欲求得一低階控制器，則線性矩陣不等式的凸函數特性[16]將會被破壞，如此將增加此問題的複雜度。另外若單以交互投影法則，只適合尋求單目標控制器(H_{∞} 控制器)，因此在本計劃中，提出一簡單控制法則，即在交互投影法則基礎上，利用雙線性矩陣不等式法則 (dual LMI Algorithm)[6]，設計出具有 α 穩定(α -stable)及圓形極點配置雙重性能的固定階數的多目標控制器。最後利用 MATLAB 控制軟體做模擬及數位訊號微處理器作實際驗證本控制法則。

1.2 本文架構

本文第二章敘述無刷馬達之數學模式及轉子磁極軸偵測法；第三章介紹線性矩陣不等式強健控制器設計方法；第四章說明所製作的驅動控制之軟硬體架構；實作的結果於第五章中加以分析及比較；末章則作一些結論與建議，提供未來研究方向。

第二章

無刷馬達之數學模式及磁極軸偵測法

無刷馬達依外加反電動勢及電流方式，可區分直流無刷馬達及交流無刷馬達。直流無刷馬達具有梯型反電動勢及矩行電流加至定子繞組，以產生固定轉矩。而交流無刷馬達具有弦式反電動勢及弦式電流加至定子繞組，以產生固定轉矩，此為本計畫所採用馬達。本章首先利用三相與二相座標軸之轉換關係簡化無刷馬達數學模式，進一步利用量測定子側線電壓及相電流，用以偵測轉子磁極軸位置，作為閉迴路速度控制。

2.1 無刷馬達之數學模式

直流無刷馬達與一般同步電動機的區別在於轉子的場激磁係由永久磁鐵構成，無磁場繞組，不需外加直流電源激磁，利用變數轉換法，將電壓、電流及磁通鏈，轉換為 d-q 模式，以利分析及控制，由於直流無刷馬達無阻尼繞組，因此同步機的 d, q 軸阻尼繞組磁通鏈及阻尼繞組電抗均為零，所以數學模式可化簡為：[11, 13, 14]

$$v_d = Ri_d + p\lambda_d - \omega_s \lambda_q \quad (2-1)$$

$$v_q = Ri_q + p\lambda_q - \omega_s \lambda_d \quad (2-2)$$

其中

$$\lambda_q = L_q i_q \quad (2-3)$$

$$\lambda_d = L_d i_d + \lambda_{df} \quad (2-4)$$

而有關電磁轉矩、變頻器頻率與馬達角速度關係為

$$\begin{aligned} T_e &= 3P(\lambda_{df} i_q + (L_d - L_q) i_d i_q) / 2 \\ &= T_L + B_m \omega_r + J_m p \omega_r \end{aligned} \quad (2-5)$$

$$\omega_s = p \omega_r \quad (2-6)$$

式中

$v_d \cdot v_q$: d、q 軸電壓

$i_d \cdot i_q$: d、q 軸定子電流

$L_d \cdot L_q$: d、q 軸電感

R : 馬達定子電阻

ω_s : 變頻器頻率

λ_{df} : d 軸激磁磁通鏈 (轉子磁場交鏈至定子)

P : 馬達極對

p : 微分運算元 ($\frac{d}{dt}$)

T_e : 馬達電磁轉矩

$J_m \cdot B_m$: 馬達轉動慣量及阻尼系數

從(2-1)式至(2-6)式，推導得狀態空間模式為

$$p i_d = (v_d - R i_d + \omega_s L_q i_q) / L_d \quad (2-7)$$

$$p i_q = (v_q - R i_q - \omega_s L_q i_d - \omega_s \lambda_{df}) / L_q \quad (2-8)$$

$$p \omega_r = (T_e - T_L + B_m \omega_r) / J_m \quad (2-9)$$

而在平衡三相運轉系統中 $v_a \cdot v_b \cdot v_c$ 與 $v_q \cdot v_d$ 三相轉至二相軸轉換關係式為

$$\begin{bmatrix} v_q \\ v_d \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \sin \theta_r & \sin \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad (2-10)$$

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \sin \theta_r \\ \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_q \\ v_d \end{bmatrix} \quad (2-11)$$

在定子電流 $i_a \cdot i_b \cdot i_c$ 與 $i_d \cdot i_q$ 轉換關係亦相同。因此三相馬達瞬間功率以三相轉或二相軸方式表示分別為為

$$P_{abc} = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \quad (2-12)$$

$$P_{qd} = 3(v_d i_d + v_q i_q) / 2 \quad (2-13)$$

若控制 $i_{ds} = 0$ ，並令磁通鏈 (λ_{df}) 為定值，利用場導控制法則，並使定子電流置於 q 軸，且轉子磁通置於 d 軸，則可得到轉矩大小與 q 軸電流成線性關係，既調整 i_q 電流值，可成比例的改變 T_e 值，達成最佳暫態轉矩響應，則(2-5)式可簡化為

$$T_e = K_t i_q \quad (2-14)$$

其中

$$K_t = 3 P \lambda_{df} / 2 ,$$

而(2-7)式至(2-9)式可簡化為

$$p i_q = (v_q - R i_q - \omega_s \lambda_{df}) / L_q \quad (2-15)$$

$$p \omega_r = (T_e - T_L + B_m \omega_r) / J_m . \quad (2-16)$$

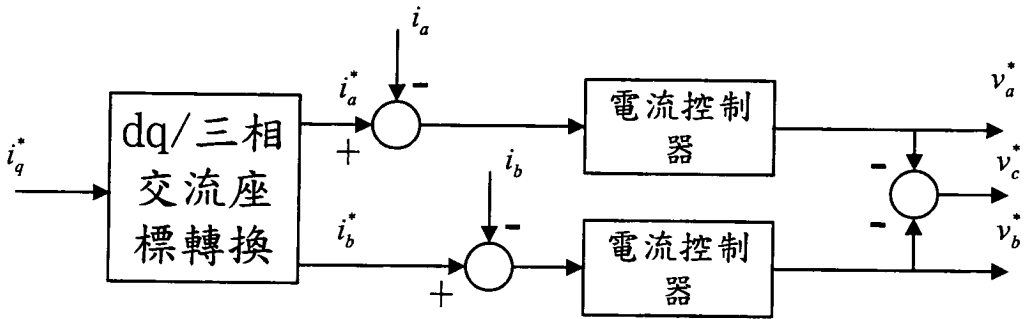


圖 2.1：無刷馬達之三相交流控制

此時 i_q 可視為轉矩電流成分，而 i_d 視為磁場電流成分，因此在同步轉速內控制無刷馬達轉速，關鍵在於如何使電動機中 d 軸電流成分隨時保持為零，即 i_a 、 i_b 及 i_c 電樞電流的合成向量與 q 軸重疊，使得電磁轉矩完全

由 i_q 來控制。如圖 2.1 所示，三相交流控制透過電流控制使得各項電樞電流能追隨各項電流指令，既由速度控制器求得轉矩電流成分 i_q^* ，經座標轉換成三相交流電樞電流指令 i_a^* 、 i_b^* 及 i_c^* ，與三相迴授電流 i_a 、 i_b 及 i_c 比較，經電流控制器得到三相電壓值作脈波寬度調變，而驅動無刷馬達。

2.2 轉子磁極軸位置估測[3, 12]

為了減少馬達系統之複雜及成本，本計畫直接量測馬達線電壓及相電流來估測馬達位置，因此不需要複雜計算[5, 9, 16]。本實驗所採用之無刷電動機定子側繞組為 Y 接形式，因此無中性點，故線電壓向量在空間上會領先相電壓向量 30° ，圖 2.2 為估測無刷馬達轉子位置的空間向量圖。其中

\vec{i}_s ：相電流之空間向量

\vec{e}_s ：線至中性點之感應電動勢(line-to-natural EMF)空間向量

\vec{e}_L ：線至線間之感應電動勢空間向量

$\vec{\lambda}_s$ ：相磁通鏈(phase flux linkage)空間向量

$\vec{\lambda}_L$ ：線磁通鏈空間向量

且 \vec{e}_L 及 $\vec{\lambda}_L$ 分別領先 \vec{e}_s 及 $\vec{\lambda}_s$ 30° 空間角。而線磁通鏈 ($\vec{\lambda}_L$) 乃由線至線間之感應電動勢空間向量 (\vec{e}_L) 積分而得，為了求得 $\vec{\lambda}_L$ 的空間角 $\theta_{\lambda L}$ ，必須先由線電壓 v_{ab} 、 v_{bc} 及相電流 i_a 、 i_b 求出感應電動勢 \vec{e}_L 之值。而感應電動勢可表示為

$$\vec{e}_L = \vec{v}_L - R \vec{i}_L = \vec{v}_L - R \vec{i}_S \sqrt{3} e^{j\frac{\pi}{6}}, \quad (2.17)$$

其中線電壓向量 (\vec{v}_L) 及線電流向量 (\vec{i}_S) 分別為:

$$\begin{aligned} \vec{v}_L &= \frac{2}{3} \left(\vec{i}_a + \vec{i}_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + \vec{i}_c e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) \\ &= v_{ab} + \frac{j}{\sqrt{3}} (\vec{i}_a + 2\vec{i}_b) \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned} \vec{i}_S &= \frac{2}{3} \left(\vec{i}_a + \vec{i}_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + \vec{i}_c e^{j\frac{4\pi}{3}} \right), \\ &= i_a + \frac{j}{\sqrt{3}} (i_a + 2i_b) \end{aligned} \quad (2.19)$$

將 (2.18) 和 (2.19) 式代入 (2.17) 式可得:

$$\begin{aligned} \vec{e}_L &= v_{ab} - r_l (i_a - i_b) + j \left[\frac{1}{\sqrt{3}} (v_{ab} + 2v_{bc}) - \sqrt{3}R(i_a + i_b) \right], \\ &= e_{LR} + j e_{LI} \end{aligned} \quad (2.20)$$

將感應電動勢 \vec{e}_L 積分即可求得線磁通鏈之空間向量:

$$\vec{\lambda}_L = \int \vec{e}_L dt = \lambda_{LR} + j \lambda_{LI} = \hat{\lambda}_L \angle \theta_{\lambda}, \quad (2.21)$$

則磁通鏈的實軸分量及虛軸分量分別為:

$$\bar{\lambda}_{LR} = \int [v_{ab} - R(i_a - i_b)] dt \quad (2.22)$$

$$\vec{\lambda}_{LI} = \int \left[\frac{1}{\sqrt{3}} (v_{ab} + 2v_{bc}) - \sqrt{3}R(i_a + i_b) \right] dt, \quad (2.23)$$

因此線磁通鏈的空間角為:

$$\theta_{\lambda} = \tan^{-1} \left(\frac{\lambda_{LI}}{\lambda_{LR}} \right). \quad (2.24)$$

由圖 2.2 得知相磁通鏈之空間角為

$$\theta_s = \theta_{\lambda} - 30^\circ, \quad (2.25)$$

為獲得最大的轉矩電流，電流指令必須與 q 軸重疊，並且超前相磁通鏈 90°

空間角，因此三相電流指令可由下式求得：

$$\begin{bmatrix} i_a^* \\ i_b^* \\ i_c^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_s & \sin\theta_s \\ \cos(\theta_s - 120^\circ) & \sin(\theta_s - 120^\circ) \\ \cos(\theta_s + 120^\circ) & \sin(\theta_s + 120^\circ) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d^* \\ i_q^* \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

其中 i_a^* 、 i_b^* 、 i_c^* 為 a - b - c 座標軸上之電流指令，而 i_d^* 、 i_q^* 為 d - q 座標軸上之電流指令。

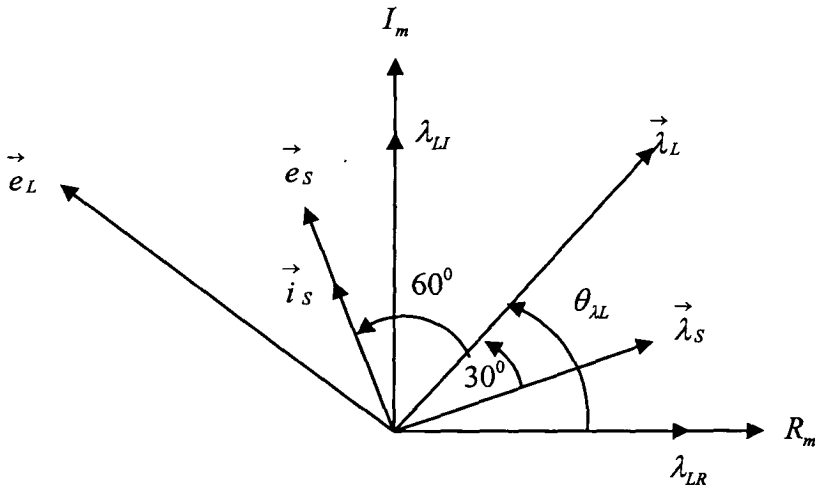


圖 2.2：空間向量圖

2.3 磁通漂移補償

本計畫係將馬達線電壓及相電流經類比/數位轉換經數位訊號處理器積分器求得(2.22)及(2.23)式。然而以電子電路量測電壓及電流必須面對的便是溫度的變化導致電子零件的漂移，由於熱漂移的出現，會影響磁極軸偵測的準確性。於理想穩態狀況下，一般磁通鏈空間向量之軌跡係對

稱於原點的圓。而具有漂移影響的磁通鏈空間向量軌跡如圖 2.3 所示，其中圓心對原點的偏移量為 $DR+jDI$ 。由圖可看出實際磁通鏈 $\bar{\lambda}_L$ 之空間角為：

$$\theta_{\mathcal{L}} = \tan^{-1} \frac{\overline{OP}}{\underline{OP}} = \tan^{-1} \frac{I}{R} , \quad (2.27)$$

而具有漂移影響磁通鏈之空間角為

$$\theta'_{\mathcal{L}} = \tan^{-1} \frac{I + DI}{R + DR} . \quad (2.28)$$

為了克服漂移問題，可觀察磁通鏈於穩態時為一個圓或者是暫態性的離圓心，而使用補償程式來克服由熱導致電子零件漂移的問題。藉著積分所得圖 2.3 實軸及虛軸之四個邊界點 A、A'、B 及 B'，利用(2.22)及(2.23)式，即可求出實軸及虛軸相對於原點的偏移量

$$DR + jDI = \frac{\lambda'_{LR}(\max) + \lambda'_{LR}(\min)}{2} + j \frac{\lambda'_{LI}(\max) + \lambda'_{LI}(\min)}{2} , \quad (2.29)$$

其中 DR 及 DI 分別為無刷馬達 d 軸及 q 軸線對線的磁通鏈，由(2.29)式可求出實際磁通鏈空間角為

$$\theta_{\mathcal{L}} = \tan^{-1} \frac{\lambda'_{LI} - DI}{\lambda'_{LR} - DR} . \quad (2.30)$$

圖 2.4a 為實際量測得到實軸 λ_{LR} 及虛軸 λ_{LI} 的磁通鏈的分量，而圖 2.4b 為 30HZ 時磁通鏈 $\vec{\lambda}_L = \lambda_{LR} + j\lambda_{LI}$ 的軌跡，因此可以看出補償後的磁通鏈向量軌跡對稱於原點之圓，而由(2.30)式計算磁通鏈空間角如圖 2.5 所示。

實際上，量測無刷馬達線電壓及線電流，利用數位訊號處理器(DSP)即時計算馬達轉子位置，此計算馬達轉子位置程序為

1. 偵測啟動馬達位置角 θ_s 。
2. 由馬達初值位置角 θ_s ，利用變流器啟動馬達。
3. 根據馬達旋轉及磁通漂移補償，計算出馬達轉子位置，並將此結果轉換成變流器控制信號送至 IGBT 驅動電路。
4. 當馬達停止時，儲存馬達位置角 θ_s 於數位訊號處理器的記憶器中，作為下次啟動馬達初始位置。

至於如何偵測啟動馬達位置，可以使用開迴路系統送出切換相序帶動電動機，直到磁通鏈空間角能精確量得為止。此乃因為電動機處於靜止狀態或低轉速時，定子側電壓因受定子電阻及變流器切換雜訊的影響，不易精確求出。所以電動機在低頻運轉或靜止時，不能藉由轉軸偵測法精確求得磁極軸位置，且低頻的限制會受電動機定子繞線阻抗變動的影響而改變。

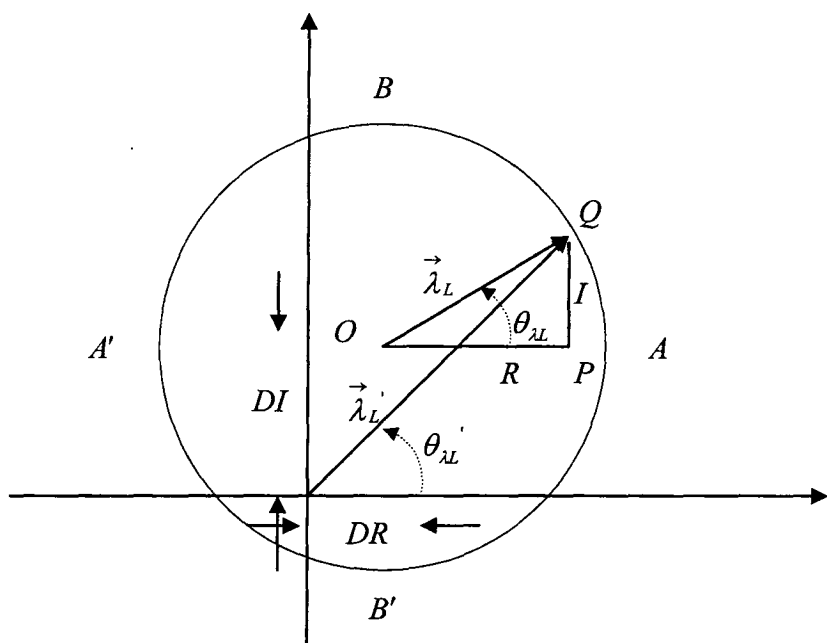
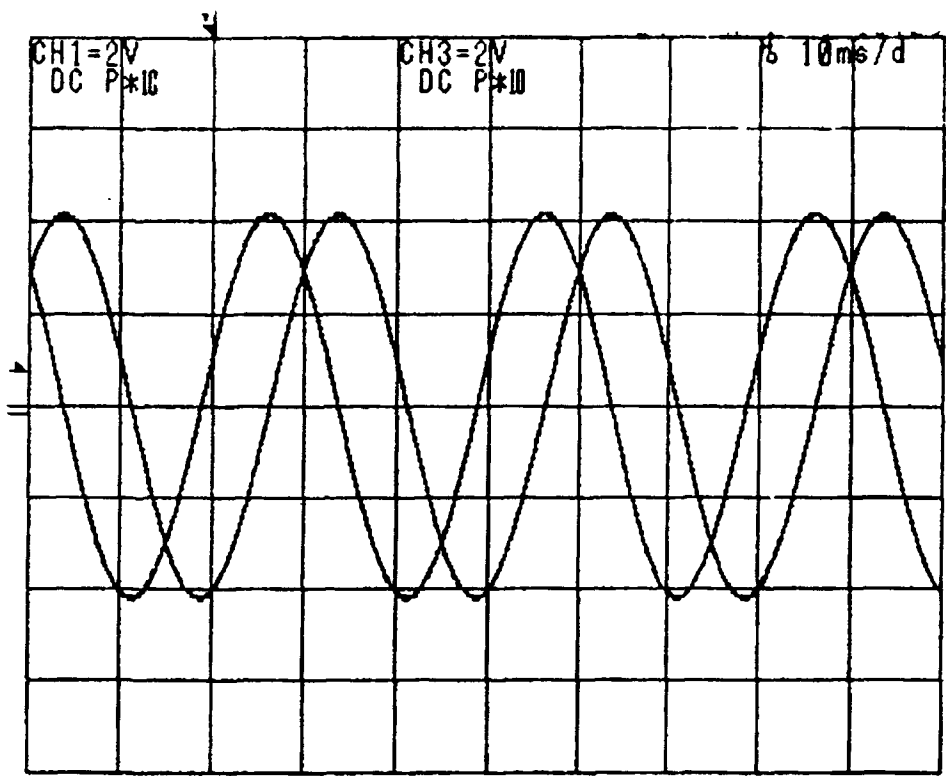
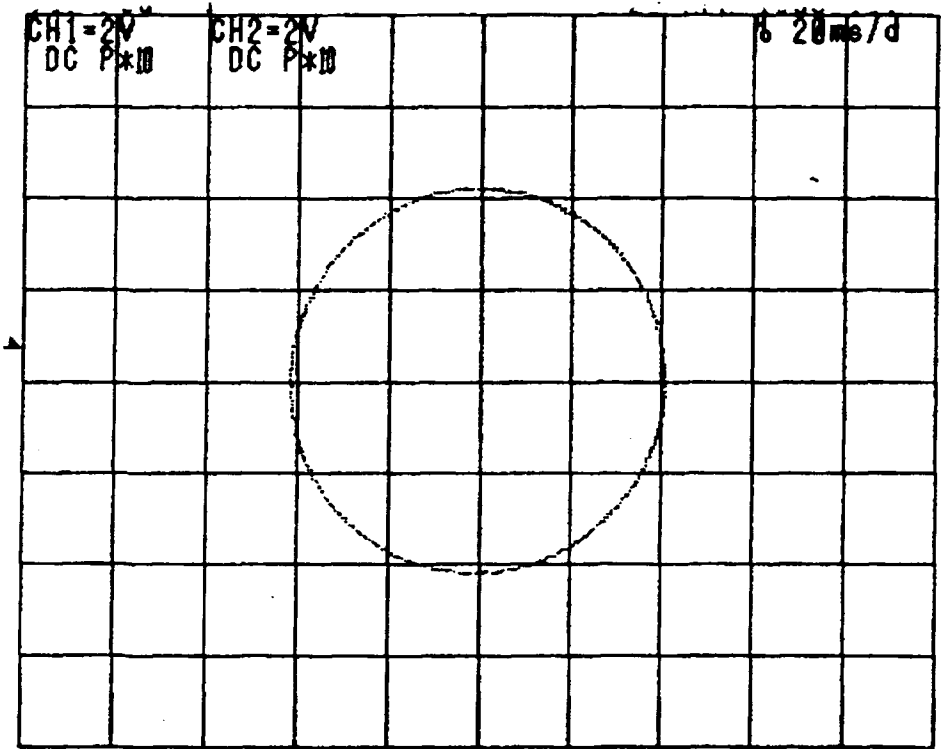


圖 2.3：受到漂移影響的磁通鏈空間向量軌跡



(a)



(b)

圖 2.4 量測磁通向量 $\vec{\lambda}_L$ (a) 實軸 λ_{LR} 及虛軸 λ_{LI} 成分 (b) 磁通鏈空間向量軌跡

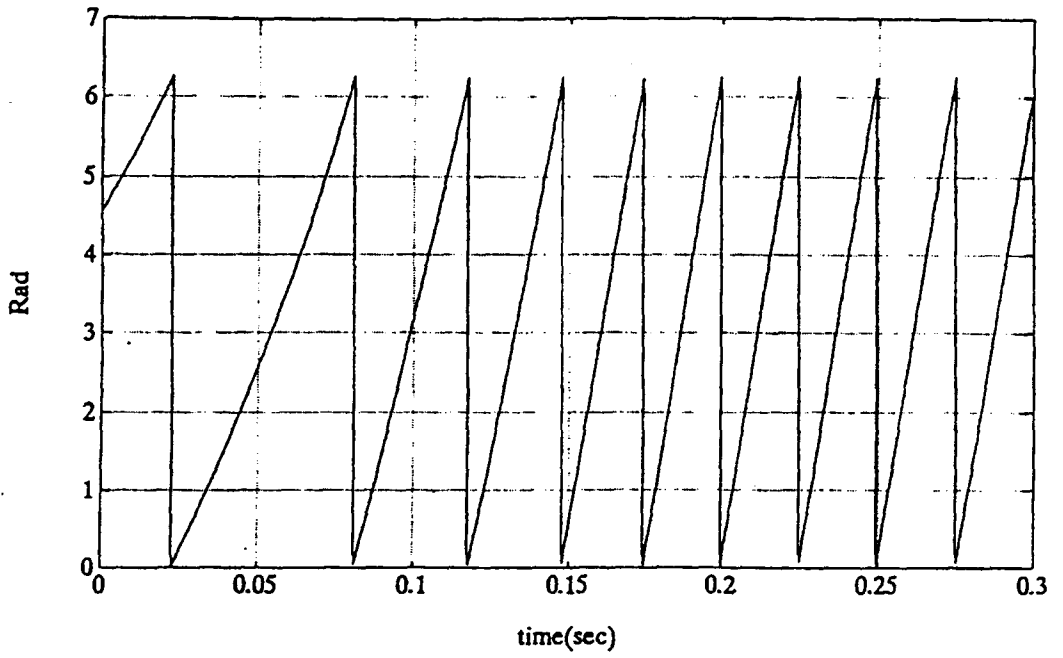


圖 2.5：估測磁通鏈空間角

第三章

線性矩陣不等式控制器設計

伺服控制器的設計需考量系統的強健性，使系統在各種不同的工作環境下均能穩定運轉，且能抗拒外界的干擾。本章將介紹線性不等式相關定理及伺服系統強健控制器之設計。

3.1 線性矩陣不等式控制定理

考慮如圖 3.1 所示之標準控制系統架構，其中

w : 外界輸入(exogenous input)

u : 控制器輸出信號(controller output)

z : 控制變數(control variable)

y : 量測變數(measurement variable)

$P(s)$: 擴增系統(augmented system matrix)

$K(s)$: 控制器(controller)。

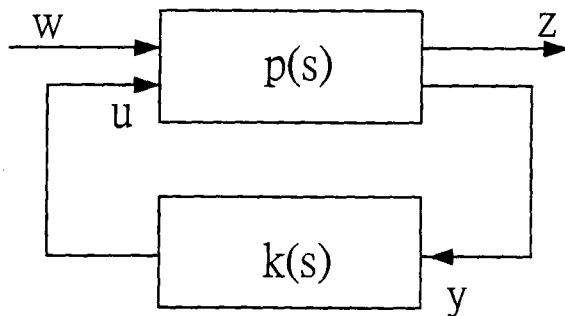


圖 3.1 : 標準控制系統架構

此控制系統之狀態方程式表示成

Σ_p :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A_p x + B_1 w + B_2 u \\ z &= C_1 x + D_{11} w + D_{12} u \\ y &= C_2 x + D_{21} w + D_{22} u\end{aligned}\quad (3.1)$$

而動態控制器 $K(s)$ 之狀態方程式及靜態控制器分別為

Σ_{cd} :

$$\begin{aligned}\dot{x}_k &= A_k x_k + B_k y \\ u &= C_k x_k + D_k y\end{aligned}\quad (3.2)$$

Σ_{cs} :

$$u = Ky$$

其中 $x \in R^n, w \in R^m, u \in R^{m_2}, z \in R^{p_1}, y \in R^{p_2}, x_k \in R^{n_k}$,

為了方便分析起見，以下所有矩陣維度均假設可吻合的，將原系統 $P(s)$ 及控制器 $K(s)$ ，結合成一個閉迴路系統(closed loop system), 其動態方程式可表示成：

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A_{cl} x + B_{cl} w \\ z &= C_{cl} x + D_{cl} w\end{aligned}\quad (3.3)$$

其中

$$x = \begin{bmatrix} x \\ x_k \end{bmatrix} \in R^{n+n_k}, \text{ 且}$$

$$A_{cl} = \begin{bmatrix} A + B_2 D_k C_2 & B_2 C_k \\ B_k C_2 & A_k \end{bmatrix},$$

$$B_{cl} = \begin{bmatrix} B_1 + B_2 D_k D_{21} \\ B_k D_{21} \end{bmatrix},$$

$$C_{cl} = [C_1 + D_{12}D_k C_2 \quad D_{12}C_k] \quad \text{及}$$

$$D_{cl} = D_{11} + D_{12}D_k D_{21} ,$$

若將控制器動態方程式之矩陣， (A_k, B_k, C_k, D_k) 分成為一單一矩陣 K ，既

$$K := \begin{bmatrix} A_k & B_k \\ C_k & D_k \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

則(3.3)式之動態方程式可進一步表示為

$$\begin{aligned} A_{cl} &= A_o + \hat{B} K \hat{C} \\ B_{cl} &= B_o + \hat{B} K \hat{D}_{21} \\ C_{cl} &= C_o + \hat{D}_{12} K \hat{C} \\ D_{cl} &= D_o + \hat{D}_{12} + K \hat{D}_{21} \end{aligned} \quad (3.5)$$

其中，

$$\begin{aligned} A_o &= \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, & B_o &= \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix}, & C_o &= [C_1 \quad 0], \\ D_o &= D_{11}, & \hat{B} &= \begin{bmatrix} 0 & B_2 \\ I & 0 \end{bmatrix}, & \hat{C} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ C_2 & 0 \end{bmatrix}, \\ \hat{D}_{12} &= [0 \quad D_{12}], & \hat{D}_o &= \begin{bmatrix} 0 \\ D_{21} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

大部份設計 H_∞ 控制器均參考 DGKF [4] 的方法，然而此方法系統必須非奇異性(nonsingular)才可以。近來 Gahinet 等 [6] 提出線性矩陣不等式 (linear matrix inequality) 方法來設計 H_∞ 控制器，而控制器的階數雖可預先固定但必需解決一非凸函數的限制。本計劃延伸線性矩陣不等式方法，提出一”交互投影法則”能有效解決此非凸函數的限制求得控制器 [15]，所採用之相關引理如下列所示：

引理 1: 系統如式子(3.1)所述, 若存在一控制器 K , 使得系統為 α -stable

之充要條件為:

$$\begin{aligned} N(\hat{C})^T ((A_o + \alpha I)^T X_\alpha + X_\alpha (A_o + \alpha I)) N(\hat{C}) &< 0 \\ N(\hat{B}^T)^T (Y_\alpha (A_o + \alpha I)^T + (A_o + \alpha I) Y_\alpha) N(\hat{B}) &< 0 \\ X_\alpha = X_\alpha^T = Y_\alpha^{-1} = Y_\alpha^{-T} &> 0 \end{aligned} \quad (3.6)$$

其中 $N(\hat{C})$ 及 $N(\hat{B}^T)$ 分別為 \hat{C} 及 \hat{B} 之零空間基底 (the basis of the null space), 且系統為 α -stable 定義為系統之實根部份小於 $-\alpha$ 。

引理 2: 系統如式(3.1)所述, 若存在一控制器 K , 使得系統為根圓盤群聚 (disk pole clustering) 之充要條件為:

$$\begin{aligned} N(\hat{C}_d)^T \begin{bmatrix} -rX_d & (A_o + qI)^T X_d \\ X_d(A_o + qI) & -rX_d \end{bmatrix} N(\hat{C}_d) &< 0 \\ N(\hat{B}_d^T)^T \begin{bmatrix} -rY_d & (A_o + qI)^T Y_d \\ Y_d(A_o + qI) & -rY_d \end{bmatrix} N(\hat{B}_d^T) &< 0 \\ X_d = X_d^T = Y_d^{-1} = Y_d^{-T} &> 0 \end{aligned} \quad (3.7)$$

其中

$$\hat{B}_d = \begin{bmatrix} 0 \\ B_0 \end{bmatrix}, \quad \hat{C}_d = [C_0 \ 0]$$

而 $N(\hat{C}_d)$ 及 $N(\hat{B}_d^T)$ 分別 \hat{C}_d , \hat{B}_d^T 之零空間基底, 且系統為根圓盤群聚定義為:

$$f_{(-q,r)}(\lambda_i) := (\mu_i + q)^2 + \nu_i^2 < r^2, \forall i$$

其中系統之特徵值為:

$$\lambda_i = \mu_i + j\nu_i \circ$$

在上述二引理中，控制器 K 之階數是可以預先之設定之，只要分別求解正定矩陣 X_α 及 X_d ，既可求得控制器 K。而本計劃採用之”交互投影觀念”求解正定矩陣 X_α 及 X_d ，可同時求得單一目標之控制器及多目標之控制器。

引理 3: 系統如(3.1)式子所述, 若存在一對稱正定矩陣 X 及控制器 K 滿足下列關係，

$$A_d^T \hat{X}_d + \hat{X}_d A_d + \hat{X}_d B_d K C_d + (\hat{X}_d B_d K C_d)^T + G_d < 0 \quad (3.8)$$

$$A_\alpha^T X_\alpha + X_\alpha A_\alpha + \hat{X}_\alpha \hat{B} K \hat{C} + (\hat{X}_\alpha \hat{B} K \hat{C})^T < 0 \quad (3.9)$$

則系統為 α -stable 及根圓盤聚集之性能。其中

$$A_\alpha = A_0 + \alpha I \quad , \quad A_0 = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad , \quad \hat{B} = \begin{bmatrix} 0 & B_2 \\ I & 0 \end{bmatrix} \quad , \quad \hat{C} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ C_2 & 0 \end{bmatrix} \quad , \quad A_d = \begin{bmatrix} -\frac{rI}{2} & 0 \\ A + qI & -\frac{rI}{2} \end{bmatrix} \quad ,$$

$$\hat{X}_d = \begin{bmatrix} X & 0 \\ 0 & X \end{bmatrix} \quad , \quad B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{B} \end{bmatrix} \quad , \quad C_d = \begin{bmatrix} \hat{C} & 0 \end{bmatrix} \quad , \quad G_d = 0 \quad , \quad X_\alpha = X = X^T > 0 \quad \circ$$

且任一初值 X 可由引理 1 或引理 2 求得。

通常一個固定階數控制器的設計可分成兩步驟來完成，第一步乃利用交互投影法則來求得一對稱的正定矩陣，而此正定矩陣之維度乃系統的維度與控制器的維度之和。第二步則解決一個只包含控制器變數的線性矩陣不等式，而控制器存在的充份與必要之條件，可由第一步驟來陳述之；

即若一對稱正定矩陣屬於一線性矩陣不等式之集合，而其反矩陣又隸屬於另一線性矩陣不等式，則此控制器是存在的。

若考慮到時間領域之性能，如時間響應 (time response) 及閉迴路的阻尼比 (closed-loop damping)，則極點配置控制 (pole clustering) 為一有效的控制法則。如需系統能同時達到頻域領域性能 (frequency-domain performance) 及時間領域之性能 (time-domain performance)，可藉由多目標控制器來達到。例如有一系統如 (3.1) 式所示，如欲設計一固定階數的輸出迴授控制器，且系統之極點座落於以 $(-q, 0)$ 為圓心，半徑為 r 之區域。則在引理 3 中，控制器的階數是可預先設定的，利用雙線性矩陣不等式法則 (dual LMI Algorithm)，求得適當的控制器，有關雙線性矩陣不等式法則描述如下：

步驟一：選擇一正定矩陣 $X_1 \in C_\alpha^X$ 。

步驟二：對正定矩陣 $X_1 \in C_\alpha^X$ 而言，解決下列最小最大特徵值 (min-max eigenvalue) 問題

$$\begin{aligned} & \min\text{-max} \quad \lambda(Eq(3.8)), \text{ for } X_d = X_1 \\ & \text{subject} \quad K \in C_\alpha^K \end{aligned}$$

其最佳控制器 K 記為 K_1 ，且為唯一。

步驟三：對控制器 $K_1 \in C_\alpha^K$ 而言，解決下列最小最大特徵值問題

$$\begin{aligned} & \min\text{-max} \quad \lambda(Eq(3.8)), \text{ for } K = K_1 \\ & \text{subject} \quad X \in C_\alpha^X \end{aligned}$$

其最佳正定矩陣 X 記為 X_2 ，且為唯一。

步驟四：若步驟二及三的最小最大特徵值小於 0，停止；否則 $X_1 = X_2$ ，重複步驟二。步驟一中的 $X_1 \in C_\alpha^X$ 可由引理 1 及引理 2 式求得。其

中

C_α^X : 為對稱正定矩陣 X 的線性矩陣不等式凸函數集合, 既

$C_\alpha^X := \{X \mid \text{對任一固定 } K \text{ 且滿足(3.9)式的 } X \text{ 凸函數集合}\}$ 。

C_α^K : 為對稱正定矩陣 K 的線性矩陣不等式凸函數集合, 既

$C_\alpha^K := \{K \mid \text{對任一固定 } X \text{ 且滿足(3.9)式的 } K \text{ 凸函數集合}\}$ 。

3.2 伺服控制器之設計

考慮一迴授控制系統如圖 3.2 所示, 其中, K 為控制器, G_p 為受控系統, Z_1, Z_2 為控制變數, r 為參考輸入信號, y 為系統輸出信號, u 為控制器輸出信號。控制系統的設計乃是要求閉迴路為一穩定系統, 且能抗拒外界的干擾 (如負載的變動) 及量測時產生的雜訊, 使得系統的輸出能達到預期的效果。首先選擇適當的內加權函數 $W_c(s)$, 並令 $G = W_c G_p$, 再由 G 求得控制器 K_c , 最後求得實際控制器為 $K = K_c W_c$ 。而有關加權函數的選定基本遵循原則如下:

1. 內加權函數 W_c 的選定

通常選定 W_c 唯一低通濾波器, 如此可以降低控制器輸出及系統輸入訊號中之高頻量測雜訊。另外 W_c 的選擇具有干擾訊號源之模態, 能使系統之輸出對干擾訊號有消除能力, 如選擇具有一積分器, 便能消除一固定干擾量。

2. 外加權函數 W_1 、 W_2 之選定

通常 W_1 選定為高增益之低通濾波器, 可降低低頻之影響; 而 W_2 選定為高通濾波器, 以維持高頻區間之穩定性。通常 W_1 與 W_2 之動態部分與 W_c 之間的功能有相互重疊現象, 一般建議 W_1 與 W_2 可選為常數矩陣。

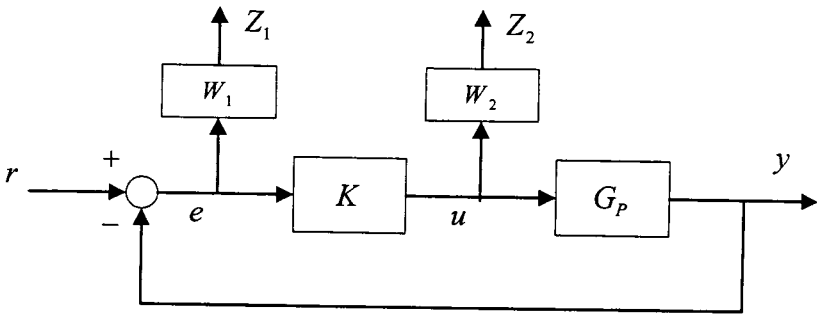


圖 3.2： 伺服系統迴授控制系統

如圖 3.2 所示迴授控制系統，若系統轉移函數 $G = W_c G_p$ ，其動態方程式為

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (3.10)$$

則推導出一含有 W_c 、 W_1 及 W_2 之擴增矩陣 P 如圖 3.3 所示之標準控制系統

架構，由 r 到 $\begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix}$ 的轉移函數為

$$LFT_1 = (P, K) := P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21} \quad (3.11)$$

其中

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} W_1 \\ 0 \\ I \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -GW_1 \\ W_2 \\ -G \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

令 W_1 及 W_2 為常數矩陣，則 P 的狀態空間表示式為

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & | & 0 & -B \\ - & + & - & - \\ C & | & I & -D \\ 0 & | & 0 & I \\ C & | & I & -D \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

利用線性矩陣不等式控制器設計法則，設計一控制器 K ，使得系統為

α -stable，既 $\text{Re}(\lambda_i) \leq -\alpha$ ， $\alpha > 0$ ，且根圓盤聚集，既 $(\lambda_i + q_c) \leq r$ ， q_c 為圓心，

且 $q_c > 0$ ， r 為其半徑。

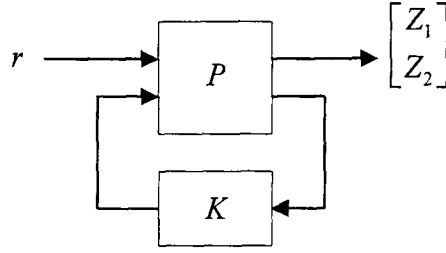


圖 3.3：伺服系統標準控制系統架構

如第二章所討論的結果，無刷伺服馬達電流至轉速的轉移函數為

$$G_P = \frac{k_t}{J_m s + B_m}, \quad (3.14)$$

其中 J_m 、 B_m 及 k_t 如表 3.1 所示。而控制器之設計，乃為了使伺服控制系統沒有穩態誤差及減少負載干擾，所以內加權函數選擇具有 PI 形式之低通濾波器，既

$$W_C = \frac{0.0065(s + 1.23)}{s}。$$

利用線性矩陣不等式法則，選擇 $q_c = 20$ 、 $r = 19$ 及 $\alpha = 0.2$ ，則可得控制器

$$K = {}^s \begin{bmatrix} K_{ca} & K_{cb} \\ K_{cc} & K_{cd} \end{bmatrix}, \quad (3.15)$$

其中

$$K_{ca} = \begin{bmatrix} 0 & 170.5855 \\ 0 & -3.8762 \end{bmatrix}, \quad K_{cb} = \begin{bmatrix} 0.7172 \\ -0.0013 \end{bmatrix},$$

$$K_{cc} = [0.008 \quad 1.1088], \quad K_{cd} = 0.0047。$$

表 3.1: 馬達參數

$$J_m = 2.03 \times 10^{-3} (N.m.s^2 / rad)$$

$$B_m = 2.36 \times 10^{-3} (N.m.s / rad)$$

$$k_t = 4.21 \times 10^{-1} (N.m / A)$$

第四章

系統軟硬體之架構

整體無轉軸偵測器之無刷馬達可變速系統架構如圖 4.1 所示，系統架構大致可分為硬體及軟體架構兩大部分，實驗硬體架構主要係由無刷馬達、變流器、馬達線電壓及相電流檢測電路、DSP 系統模組及介面電路等所組合而成。軟體部份則包含速度迴路控制、電流迴路控制、馬達位置估測、速度計算及軟體脈波寬度調變等所組合而成。程式設計在實驗中包含了 MATLAB 程式、Turbo C++ 程式及 TMS C 程式，其功能包含了設計、模擬、資料傳送、資料存取及控制等。

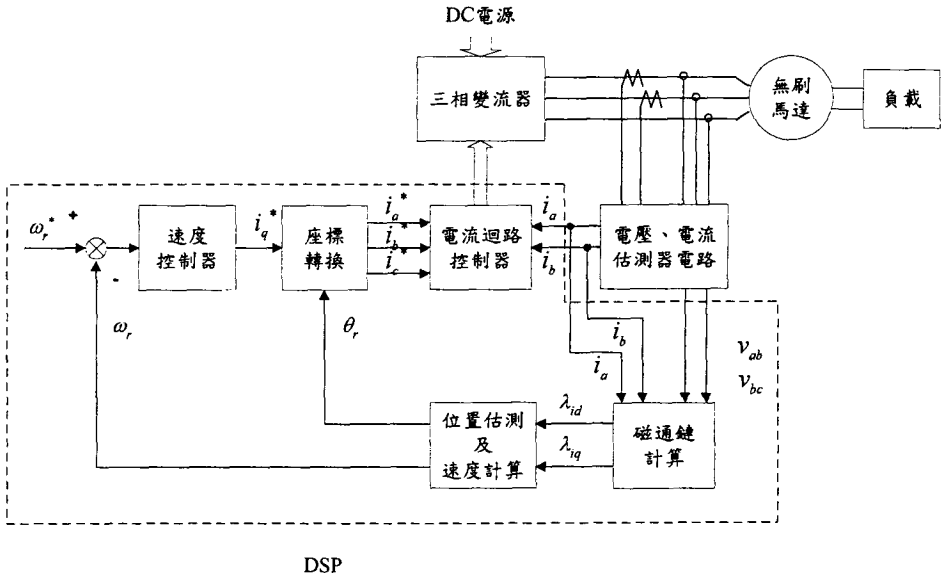


圖 4.1：無轉軸偵測器之無刷馬達可變速系統架構

4.1 硬體架構

此全數位交流無刷伺服馬達控速系統之硬體架構是由無刷馬達、功率級 (power stage)、驅動級 (driver stage)、DS1102 控制系統模組及 DS1102 控制系統模組介面電路五組硬體方塊所構成，其間之細部方塊功能解說詳述如下：

1. AC 無刷伺服馬達：

此為本系統中之主要受控體。其主要規格為額定電流為 2.5A，額定電壓為 220V，額定功率為 500W，額定轉速為 3000RPM。

2. 功率級(power stage)之設計製作：

功率級之硬體架構的區塊圖如圖 4.2 所示，其功能分述如下：

(a)變流器(inverter)：

本文是採用電壓型變流器，主要係由一組六顆包裝之隔離閘極雙極性電晶體 (insulated gate bipolar transistors, IGBT) 及緩衝級電路 (snubber) 所構成，而其驅動信號是藉由 DS1102 控制系統模組送出 U、V、W 三相之脈波寬度調變 (pulse width modulation) 訊號，再經由介面電路轉換成驅動級之動作準位後藉由驅動級轉換成六相 IGBT 的 ON、OFF 訊號，將 DC BUS 直流電壓切換成等效三相交流電壓驅動交流無刷伺服馬達。

(b)緩衝級電路(snubber)：

由於 IGBT 係於高電流的情況下進行切換且無刷伺服馬達為電感性負載，故於功率晶體切換的瞬間極易產生高電壓突波，為了避免 IGBT 因承受過高電壓突波損毀且減少切換時的損失，必須藉由緩衝級電路的加入以保護功率晶體並延長其使用期限。

(c) 軟啟動電路(soft start circuits)：

此電路之目的係利用一簡單之 RC 電路控制 DC BUS 於變流器兩端緩和建立電壓，避免 310 伏特之 DC BUS 電壓瞬間注入變流器而導致切換元件的使用壽命減縮。

(d) 電源關閉放電電路(power off discharge circuits)：

由於電壓型變流器於電源關閉後於其穩壓電容中儲存有大量之電荷，因此必須於電源關閉後提供一放電路徑將穩壓電容中儲存之電荷清除，以避免下一次開機時馬達產生誤動作造成危險。

(e) 剎車保護電路(braking circuits)：

通常於控制的過程中，瞬間改變轉速命令為常有的情況，由於在轉速命令改變的暫態期間導致定子繞組內磁通變化劇烈而產生過高之感應反電勢(back-EMF)反饋至 DC BUS 中，造成 DC BUS 端的電壓超過設定之電壓規範而導致對功率晶體及馬達本體產生不良的影響，因此藉由剎車保護電路的作用將過高的電壓導入一電阻性負載中消耗掉以達成穩定 DC BUS 之端電壓的功能。

(f) 電流回授電路(current element circuits):

由三顆霍爾元件(hall elements)及運算放大器電路所組成，其主要功能為負責電流迴路中三相定子迴授電流量測，作為控制定子電流時之回授量。由於繞於霍爾元件一次側之線圈只有一匝，故當一次側線圈通過 1 安培電流時二次側可得到 1 毫安培電流，再經由運算放大器電路轉換成 1 伏特電壓輸出至類比/數位轉換器轉成數值後由數位訊號處理器(DSP)運算處理。本計畫量測回授電流的最大峰值被設定 10 安培，以使得馬達於起動時具有較佳之暫態響應。

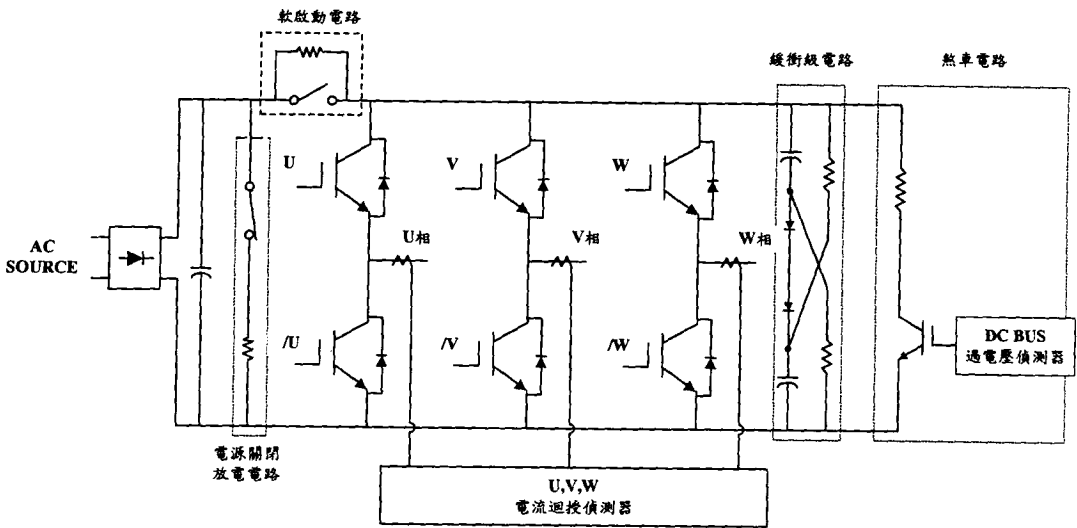


圖 4.2： 功率級之硬體架構的區塊圖

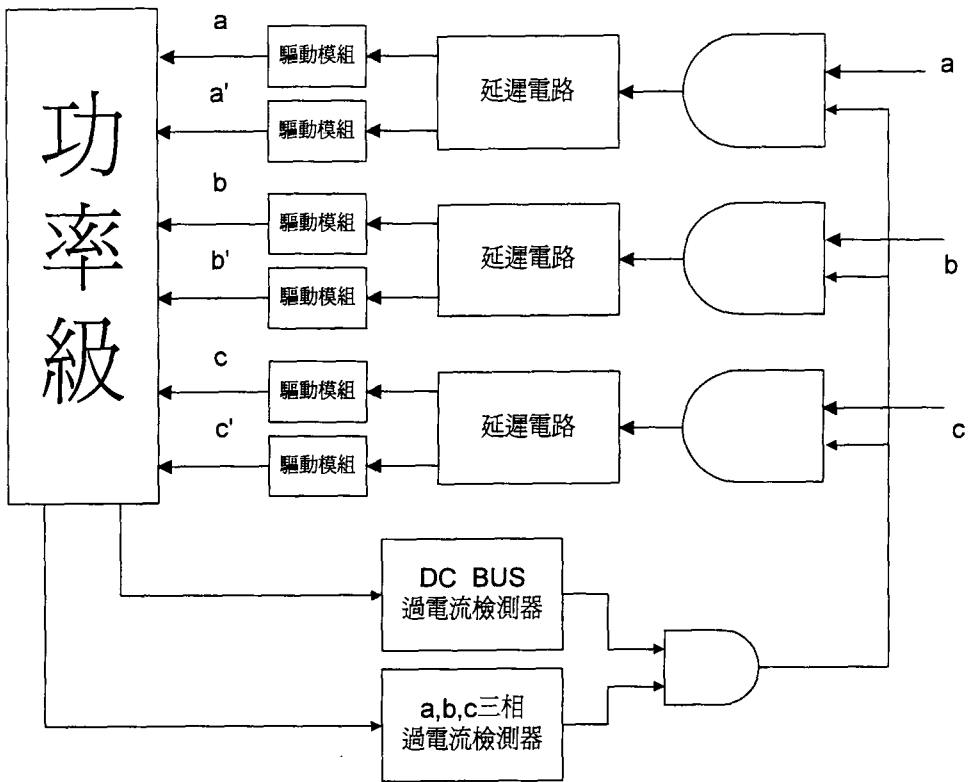


圖 4.3：驅動級之硬體架構

3. 驅動級(driver stage)之設計製作：

驅動級之硬體架構如圖 4.3 所示。此方塊的功能分述如下：

(a)延遲電路(delay circuits)：

由於變流器中各相皆由上下兩顆 IGBT 晶體串連而成，故當上下兩顆 IGBT 晶體同時導通時造成 DC BUS 電壓短路，會使得功率級晶體無法承受超出額定之短路電流而損毀，而且功率級晶體於切換時因內部寄生電容充放電的影響以致於功率晶體在開、關時，必須有一小段之緩衝時間使其能達到完全打開或關閉之狀態，因此必須藉由延遲電路將 DS1102 控制系統模組送出之三相 PWM 訊號轉

換成各相互補並於切換狀態變化時加入一段緩衝時間以避免上下功率電晶體同時導通之錯誤情況發生。

(b)過電流保護電路：

此電路係利用一霍爾元件及運算放大器電路所構成之 DC BUS 過電流偵測電路檢測 DC BUS 之電流值，當 DC BUS 電流超過所設定之額定值時便送出過電流訊號，並與各相過電流訊號作適當之邏輯運算後將 DS1102 控制系統模組送出之三相 PWM 訊號切斷，並同時驅動過載警示燈號告知使用者馬達已發生過載情況而停機，以防止因變流器切換順序錯誤造成送至變流器的電流超出切換功率元件所能負荷的範圍。

4. DS1102 控制系統模組介面之設計製作：

DS1102 控制系統模組介面之硬體架構參考圖 4.4 所示。此方塊的功能分述如下：

(a)脈波寬度調變介面(PWM Interface)：

由於 DS1102 控制系統模組所提供之 PWM 信號為非同步式，故須使用六相非同步信號來合成三相之同步式 PWM 觸發信號；而每一相各由兩互補之非同步信號，經過邏輯閘以 EXOR 運算產生。

(b)數位及類比轉換器介面(A/D、D/A Interface)：

此電路係將三相定子電流、電壓迴授經由一限制器將輸入電壓限

制於± 10 伏特內，以保護 DS1102 控制系統模組內之類比/數位轉換器介面免於因輸入電壓過高而損壞。

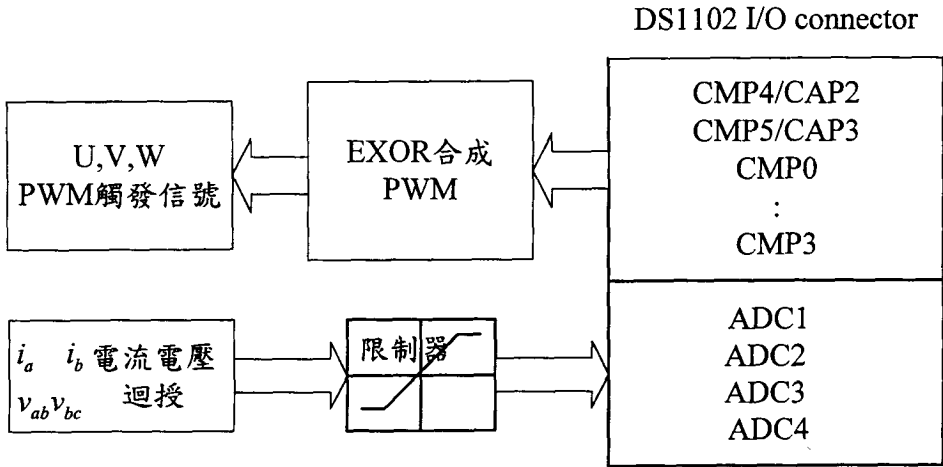


圖 4.4：控制系統模組介面之硬體架構

4.2 系統軟體架構

本系統軟體架構流程如圖 4.5，依照硬體功能區分為 DSP Card 程式部份及 PC 端人機介面部份：

1. PC 端人機介面程式：

利用 MATLAB Toolbox 內之 GUI (Graphical User Interface) tools 建構一視窗界面，整體上，軟體主要分為兩大部分：

(a)系統控制器模擬 (system simulation)：

藉由撰寫 MATLAB script 結合 Simulink/toolbox 來設計模擬控制器，求得控制器的各項參數，並儲存之。