

# 行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

## 未確定非線性 Euler-Lagrange 系統的智慧型強健控制設計 (I) 研究成果報告(精簡版)

計畫類別：個別型  
計畫編號：NSC 95-2221-E-168-004-  
執行期間：95年08月01日至96年07月31日  
執行單位：崑山科技大學電機工程系

計畫主持人：張永昌

計畫參與人員：碩士班研究生-兼任助理：閻惠民  
講師級-兼任助理：陳坤能

處理方式：本計畫可公開查詢

中華民國 96 年 09 月 06 日

# 行政院國家科學委員會補助專題研究計畫成果報告

## 未確定非線性 Euler-Lagrange 系統的智慧型強健控制設計(I)

### Intelligent robust control design for uncertain nonlinear Euler-Lagrange systems(I)

計畫編號：NSC 95-2221-E-168-004

執行期限：95 年 08 月 01 日至 96 年 07 月 31 日

主持人：張永昌 崑山科技大學電機工程系

#### 中英文摘要

本計畫針對一類寬廣的非線性 Euler-Lagrange 系統，在設備不確定、未模式擾動及外在雜訊干擾的情況下，探討強健追蹤控制問題。許多工業中常見的控制系統皆可表示成此類多變數系統的形式。本計畫將分為多年多階段執行，逐年探討機械系統、電機系統及機電整合系統等的控制問題。本年度考慮以 Euler-Lagrange 系統表示的機械系統的追蹤控制設計。建構智慧型(以類神經網路或以模糊邏輯為基礎)適應強健軌跡追蹤控制器，使得整個閉迴路系統達到預設的暫態及穩態性能指標。從實際工業應用的觀點而言，所發展的控制法則具有寬廣的應用空間。

**關鍵詞：**非線性 Euler-Lagrange 系統，機械臂系統，智慧型控制，混合式適應強健控制器。

This project addresses the problem of designing robust tracking controls for a large class of nonlinear Euler-Lagrange systems involving plant uncertainties, unmodeled perturbations and external disturbances. Many physical systems can be modeled as in this form. This project will be carried out by several years and consider the robust tracking control designs for mechanical systems, electrical systems and electromechanical systems, sequentially. In this academic year, we consider the robust tracking control design for mechanical systems that can be expressed by Euler-Lagrange systems. Develop intelligent (neural network-based or fuzzy-based) adaptive/robust feedback tracking controllers. The resulting closed-loop system guarantees a satisfactorily transient and asymptotic performance. Consequently, from the viewpoint

of practical applications, the control schemes developed here can be applied to a broader class of uncertain nonlinear systems.

**Keywords:** Nonlinear Euler-Lagrange system, Robot system, Intelligent control, Hybrid adaptive/robust controller.

#### 一、前言、研究目的與文獻探討

在今日工業領域應用中，一方面由於工業環境的複雜，因此所需控制的系統常常伴隨設備動態無法明確了解及外在雜訊干擾等因素；另一方面由於所需自動化操作的系統有越來越龐大之趨勢，因此必需以一更寬廣的數學模式來代表此系統。本計畫擬針對這些工業應用上迫切需要解決的問題，探討能以 Euler-Lagrange 系統所表示的物理系統，建構混合式適應強健追蹤控制器。

在先前的文獻中，已有許多學者針對伴隨各種參數不確定的非線性系統，建構不同的適應/強健狀態回授控制設計及輸出回授控制設計[2,6,10,11,13,14]。在這些先前之古典的適應控制研究成果中，假設未知的非線性動態可表示成一已知的回歸函數與一未知的常數之乘積。無論如何，這個設計技術在應用上存在一定的困難；如未知的參數可能快速變化、線性參數化特性可能不成立及整體控制系統的動態架構可能未知等。最近幾年，類神經網路系統[12]及模糊邏輯系統[15]已經成功地應用於 universally 近似非線性動態系統的數學模式。利用類神經網路系統及模糊邏輯系統無窮近似之特點，控制專家們已發展出許多以類神經網路或以模糊邏輯為基礎的控制法則，並應用於非線性系統之穩定、追蹤等控制[3,4,5,7,8,9,12,15]。

本計畫針對 Euler-Lagrange 系統，在設備不確定、未模式擾動及外在雜訊干擾的情況下，探討強健追蹤控制問題。許多工業中

常見的控制系統(如機械臂系統、DC-to-DC power converter、電力系統、磁浮球系統及機電整合系統等等)，皆可表示成此類多變數系統型式。最近幾年，已有許多專家學者致力於這類未確定的 Euler-Lagrange 系統的追蹤及穩定性控制設計[1,2,10,11]。在這些先前的控制研究成果中，存在一些限制，例如系統的動態模式假設完全已知、假設所有狀態變數皆為可回授利用等。因此，發展改善的控制技術解決這些限制是值得探討的課題。

本計畫將分為多年多階段執行，逐年探討機械系統、電機系統及機電整合系統等的控制問題。本年度考慮以 Euler-Lagrange 系統表示機械系統的強健追蹤控制設計。在先前文獻[2,4,6,9,10,13,14]有關固執及非固執約束機械系統之控制法則推導及分析過程中，皆假設機械系統所受之固執約束及非固執約束皆為理想的(ideal)；亦即固執約束表面的表示式  $\phi(q)=0$  及非固執約束的動態表示式  $J(q)\dot{q}=0$  必須完全已知。無論如何，從實際工業應用觀點，受固執約束或非固執約束之機械系統與外在環境的接觸點或面是非常複雜的；因此有關理想固執約束(如 fixed、nondeformable 及 frictionless 等)及理想非固執約束(如 pure rolling、nonslipping、nondeformable 及 nonflexible 等)的假設並不能完全滿足。故吾人將 relax 此理想約束條件  $\phi(q)=0$  及  $J(q)\dot{q}=0$  的假設並推廣探討伴隨受未確定干擾約束條件的機械系統之強健控制問題。同時建構混合式適應強健狀態回授及輸出回授控制器，使得整個閉迴路系統滿足預先指定之暫態及穩態性能指標；亦即所設計之控制法則可使閉迴路系統的誤差滿足有界的、 $H^\infty$  性能及 UUB 等控制特性。

## 二、物理系統的動態模式

### 2.1、Euler-Lagrange 系統的動態模式

考慮以 Euler-Lagrange 方程式表示具有  $n$  維自由度的動態系統[11]

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}(q, \dot{q})\right) - \frac{\partial L}{\partial q}(q, \dot{q}) = Q \quad (1)$$

其中  $q \in R^n$ ：廣義座標， $Q \in R^n$ ：外在力量，Lagrangian 函數  $L(q, \dot{q}) \equiv T(q, \dot{q}) - V(q)$  with

$T(q, \dot{q})$ ：動能函數， $V(q)$ ：位能函數。在此，假設  $T(q, \dot{q})$  能夠表示為

$$T(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T D(q) \dot{q} \quad (2)$$

其中  $D(q) \in R^{n \times n}$ ：廣義轉動慣量 with  $D(q) = D^T(q) > 0$ 。外在力量  $Q \in R^n$  能表示為

$$Q = -\frac{\partial F}{\partial \dot{q}}(\dot{q}) + d + M(q)u \quad (3)$$

其中  $M(q)$ ：輸入比重矩陣， $u$ ：控制向量， $d$ ：外在干擾， $-\frac{\partial F}{\partial \dot{q}}(\dot{q})$ ：dissipative forces

satisfying  $\dot{q}^T \frac{\partial F}{\partial \dot{q}}(\dot{q}) \geq 0$ 。將(3)代入(1)，

Euler-Lagrange 方程式能夠進一步表示為

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}(q, \dot{q})\right) - \frac{\partial L}{\partial q}(q, \dot{q}) + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}}(\dot{q}) = M(q)u + d \quad (4)$$

**Euler-Lagrange 系統[11]**：Euler-Lagrange 方程式(4) with  $L(q, \dot{q}) \equiv T(q, \dot{q}) - V(q)$ ，

$T(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T D(q) \dot{q}$ ， $\dot{q}^T \frac{\partial F}{\partial \dot{q}}(\dot{q}) \geq 0$  that is

characterized by Euler-Lagrange parameter： $\{T(q, \dot{q}), V(q), F(\dot{q}), M(q), d\}$ 。□

方程式(4)所表示的 Euler-Lagrange 系統包含非常廣泛的非線性系統。許多工業中常見的物理系統，如機械臂系統、DC-to-DC converter、電力系統、磁浮球系統及機電整合系統等等，皆可表示成此類非線性多變數系統的型式。

本年度計畫探討以 Euler-Lagrange 系統表示的機械系統的強健追蹤控制設計，如機械臂系統及受約束機械系統等。

### 2.2、機械系統的動態模式

#### A、機械系統的 Euler-Lagrange 方程式描述

根據 Lagrange 定理[1,11]，機械系統的動態方程式能夠表示為

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + \frac{\partial F(\dot{q})}{\partial \dot{q}} = Mu + d \quad (5)$$

其中  $q \in R^n$ ：相角位置， $\dot{q}$ ：相角速度， $D(q)$ ：轉動慣量， $C(q, \dot{q})\dot{q}$ ：向心力及 Coriolis 力，

$G(q) \equiv \frac{\partial V}{\partial q}(q)$ ：地心引力， $u$ ：驅動轉矩， $d$ ：外在干擾， $M$ ：輸入矩陣。

例題 1：兩軸 planar revolute/prismatic arm

考慮圖一所示的兩軸平面 RP 機械臂系統。

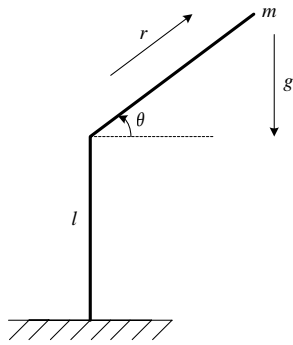
定義  $T(\dot{\theta}, \dot{r}) = \frac{1}{2}mr^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m\dot{r}^2$ ：相角運動及線性運動的動能；位能  $V(\theta) = mgr \sin \theta$ ，Lagrangian  $L = T(\dot{\theta}, \dot{r}) - V(\theta)$ 。將上述參數代入 Euler-Lagrange 方程式(1)中，可得動態方程式

$$\begin{aligned} mr^2\ddot{\theta} + 2mrr\dot{\theta} + mgr \cos \theta &= n \\ m\ddot{r} - mr\dot{\theta}^2 + mg \sin \theta &= f \end{aligned} \quad (6)$$

其中  $n$  及  $f$  表示馬達驅動器所產生的轉矩及力量。經由簡單的整理，上述方程式可表示為如同(5)的 Euler-Lagrange 方程式：

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = u \quad (7)$$

其中  $q = \begin{bmatrix} \theta \\ r \end{bmatrix}$ ， $u = \begin{bmatrix} n \\ f \end{bmatrix}$ ， $D(q) = \begin{bmatrix} mr^2 & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$ ， $C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} mr\dot{r} & mr\dot{\theta} \\ -mr\dot{\theta} & 0 \end{bmatrix}$ ， $G(q) = \begin{bmatrix} mgr \cos \theta \\ mg \sin \theta \end{bmatrix}$ 。



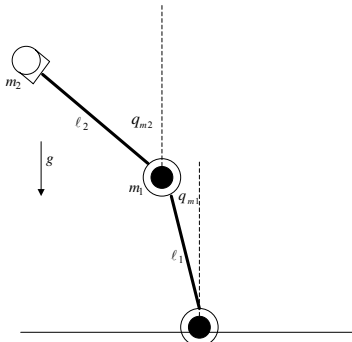
圖一：兩軸 planar revolute/prismatic arm

例題 2：兩軸 revolute/ revolute 機械系統

考慮圖二所示之兩軸 RR 機械臂系統。此系統之運動模式可表示為：

$$M(q_m)\ddot{q}_m + C(q_m, \dot{q}_m)\dot{q}_m + G(q_m) = \tau + d \quad (8)$$

其中  $q_m$ ：相角位置， $\dot{q}_m$ ：相角速度， $M(q_m)$ ：轉動慣量， $C(q_m, \dot{q}_m)\dot{q}_m$ ：向心力及 Coriolis 力， $G(q_m)$ ：地心引力， $\tau$ ：驅動轉矩。



圖二：兩軸 revolute/ revolute 機械臂系統

例題 3：受約束機械系統

受約束機械系統的動態方程式為[4,5,10]

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = B(q)\tau + J^T(q)\lambda + d \quad (9)$$

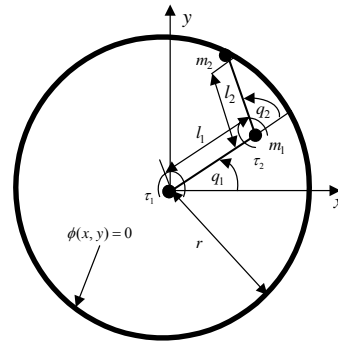
其中  $q \in R^n$ ：相角位置， $\dot{q}$ ：相角速度， $M(q)$ ：轉動慣量， $C(q, \dot{q})\dot{q}$ ：向心力及 Coriolis 力， $G(q)$ ：地心引力， $\tau \in R^r$ ：驅動轉矩， $d$ ：外在干擾， $B \in R^{n \times r}$ ：輸入矩陣， $\lambda \in R^m$ ：代表由 reaction 所產生的 constraint force：

情況一：Holonomic constraint case：  
( $r = n, B(q) = I_{n \times n}$ )

$$\text{取 } J(q) = \frac{\partial \phi}{\partial q}(q) \text{ 而考慮如 [4,5,10]}$$

$$\phi(q) = 0 \quad (10)$$

型式的獨立約束，在此它是代表一種 rigid constraint surfaces。依此， $\lambda$  象徵著 task-space contact forces。圖三所示之具有圓形路徑限制的兩軸機械臂系統是一個典型例子。

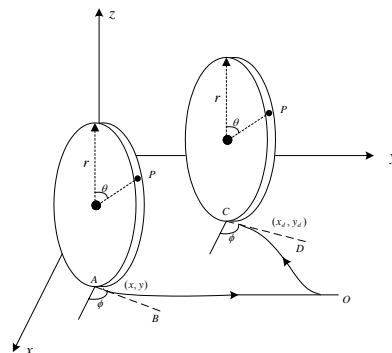


圖三：具有圓形路徑限制的兩軸機械臂系統  
情況二：Nonholonomic constraint case  
( $n - m \leq r < n, B(q)$  為 full row rank)

考慮如[2,4,5]

$$J(q)\dot{q} = 0 \quad (11)$$

型式的 nonintegrable 之獨立約束。在此它是代表 kinematic constraints。依此， $\lambda$  象徵著剛體與 rigid environmental surfaces 之接觸點上的 rolling friction forces。如圖四在平面上滾動且不打滑的垂直輪子是一個典型例子。



圖四：在平面上滾動且不打滑的垂直輪子

### 三、強健追蹤控制器設計

考慮可以 Euler-Lagrange 系統表示的固執及非固執約束機械系統的強健追蹤控制設計。在此吾人將 relax 理想約束條件  $\phi(q) = 0$  及  $J(q)\dot{q} = 0$  的假設，探討伴隨受未確定干擾約束條件的機械系統之強健控制問題，並建構更強健的補償控制器。

#### 3.1、Holonomic 約束機械系統的控制設計

##### A、追蹤控制問題描述

考慮 holonomic mechanical system (9),(10)。假設系統動態及固執約束條件皆為未確定的。給一個想要的軌跡  $q_d(t)$  及 multiplier  $\lambda_d(t)$ 。設計以類神經網路(或模糊邏輯)為基礎的適應回授追蹤控制器，如此整個閉迴路系統的所有變數是有界的以及追蹤誤差  $q(t) - q_d(t)$  及  $\lambda(t) - \lambda_d(t)$  能夠盡可能的小。

##### B、Holonomic 約束機械系統的簡化型式

根據 Implicit Function Theorem，分割  $q = [q^1 \quad q^2]$  其中  $q^1 = [q_1^1 \quad \dots \quad q_{n-m}^1]^T$  表示 constrained motion， $q^2 = [q_1^2 \quad \dots \quad q_{n-m}^2]^T$  表示剩餘的 joint variables。再者，存在單一函數  $\sigma: R^{n-m} \rightarrow R^m$ ，如此 constraint equation 能夠表示為  $q^2 = \sigma(q^1)$ 。定義

$S(q^1) \equiv \left[ I_{n-m} \frac{\partial^T \sigma(q^1)}{\partial q^1} \right]^T$ 。如此，當約束之機

械系統的動態模式(9)限制於 holonomic constraint (10)時，能夠得到簡化形式 [4,5,10]

$$M(q^1)S(q^1)\ddot{q}^1 + C_s(q^1, \dot{q}^1)\dot{q}^1 + G(q^1) = \tau + J^T(q)\lambda + d \quad (12)$$

其中  $C_s(q^1, \dot{q}^1) \equiv M(q^1)\dot{S}(q^1) + C(q^1, \dot{q}^1)S(q^1)$ 。動態方程式(12)特性如下：  
PH1：矩陣  $A_s(q^1) \equiv S^T(q^1)M(q^1)S(q^1)$  是對稱及正定。

PH2：矩陣  $\dot{A}_s(q^1) - 2S^T(q^1)C_s(q^1, \dot{q}^1)$  是 skew-symmetric。

PH3： $J(q^1)S(q^1) = S^T(q^1)J^T(q^1) = 0$ 。□

在方程式(12)之推導過程中，吾人假設固執約束面為理想的[4,10,14]；亦即  $\phi(q) = 0$  必須完全已知。無論如何，從實際工業應用觀點，理想固執約束(如 fixed、nondeformable 及 frictionless 等)的假設並不能完全滿足。故

吾人將 relax 此理想約束條件的假設並推廣至  $\phi(q) = \Delta\phi(t)$  的情況，其中  $\Delta\phi(t)$  表示時變的未確定擾動。在此，假設此包含時變未確定擾動的 constraint equation 能夠表示為  $q^2 = \sigma(q^1) + \Delta\sigma(t)$ 。經由簡單的計算，方程式(12)可修飾為

$$M(q^1)S(q^1)\ddot{q}^1 + C_s(q^1, \dot{q}^1)\dot{q}^1 + G(q^1) = \tau + J^T(q)\lambda + \Delta F(t, x_e) + d \quad (13)$$

其中  $\Delta F(t, x_e) = \Delta M(t, q^1)S(q^1)\ddot{q}^1 + \Delta C_s(t, q^1, \dot{q}^1)\dot{q}^1 + \Delta G(t, q^1) + \Delta f(t, q^1)$  表示因為  $\Delta\sigma(t)$  的影響而增加的擾動。

##### C、控制器設計及穩定性分析

定義追蹤誤差變數為

$$\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} \bar{x}_1(t) \\ \bar{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q^1(t) - q_d^1(t) \\ \dot{q}^1(t) - \dot{q}_d^1(t) + p(q^1(t) - q_d^1(t)) \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中常數  $p > 0$ 。則可推導誤差動態方程式

$$\dot{\bar{x}}_1 = -p\bar{x}_1 + \bar{x}_2 \quad (15)$$

$$A_s(q^1)\dot{\bar{x}}_2 = -S^T(q^1)(F(x_e) + C_s(q^1, \dot{q}^1)\bar{x}_2 - \Delta F(t, x_e) - \tau - d) \quad (16)$$

其中  $x_e = [q^{1T} \dot{q}^1 q_d^{1T} \dot{q}_d^{1T} \ddot{q}_d^{1T}]^T$  及  $F(x_e) = M(q^1)S(q^1)(\ddot{q}_d^1 - p\dot{\bar{x}}_1) + C_s(q^1, \dot{q}^1)(\dot{q}_d^1 - p\bar{x}_1) + G(q^1)$ 。

一個具有適應學習法則的類神經網路(或模糊邏輯)系統  $\hat{F}(x_e, \hat{\Theta}_1)$  其中  $\hat{\Theta}_1$  表示可調整的近似參數，將引用來近似未知的  $F(x_e)$  之動態行為。利用線性參數化之特性[4,5]， $\hat{F}(x_e, \hat{\Theta}_1)$  可表示為  $\hat{F}(x_e, \hat{\Theta}_1) = Y_1(x_e)\hat{\Theta}_1$  其中  $Y_1(x_e)$  基礎矩陣。考慮參數  $\hat{\Theta}_1$  的 constraint region  $\Omega_{\theta_1}$ 。

假設 H1：存在一最佳近似參數值  $\Theta_1^* \in \Omega_{\theta_1}$ ，使得  $\hat{F}(x_e, \Theta_1^*)$  近似  $F(x_e)$  盡可能的好。令  $\omega_s \equiv Y_1(x_e)\Theta_1^* - F(x_e) + \Delta F(t, x_e)$ 。假設  $\omega_0 \equiv \sup_{t \geq 0} \|\omega_s(t)\|$  是有限的。□

選擇 Lyapunov function candidate

$$V(t) = \frac{\alpha_1}{2} \bar{x}_1^T \bar{x}_1 + \frac{1}{2} \bar{x}_2^T A_s \bar{x}_2 + \frac{1}{2\gamma_1} \tilde{\Theta}_1^T \tilde{\Theta}_1 \quad (17)$$

其中  $\alpha_1 > 0$ ， $\gamma_1 > 0$  及  $\tilde{\Theta}_1 \equiv \hat{\Theta}_1 - \Theta_1^*$ 。定義  $\lambda_c = \lambda_d - k_\lambda(\lambda - \lambda_d)$  及  $E = \begin{bmatrix} I_{(n-m) \times (n-m)} \\ 0_{m \times (n-m)} \end{bmatrix}$  其中

$k_\lambda > 0$  為可設計之 controller gain。

**定理 1:** 考慮受外在雜訊干擾且設備不確定 holonomic 機械系統 with constraint  $\phi(q) = \Delta\phi(t)$ 。給定  $q_d(t)$  及  $\lambda_d(t)$ 。建構以類神經網路(或以模糊邏輯)為基礎的適應狀態回授追蹤控制器

$$\dot{\hat{\Theta}}_1 = -\gamma_1 \text{Proj}[Y_1^T S \bar{x}_2] \quad (18)$$

$$\tau = Y_1 \hat{\Theta}_1 - k_0 E \bar{x}_2 - J^T \lambda_c \quad (19)$$

其中(18): 具有 projection algorithm 的參數學學習法則。那麼 for all bounded initial conditions, 存在 a choice of gain  $k_0$ , 使得整個系統具有下列之性能

- 1、所有狀態及變數皆為有界的。
- 2、達到一個  $H^\infty$  追蹤性能指標。
- 3、追蹤誤差是 UUB。
- 4、穩態誤差  $\lambda(t) - \lambda_d(t)$  反比率於  $k_\lambda + 1$ 。□

定義  $F_d(q_d^1) \equiv S^T(q_d^1)M(q_d^1)S(q_d^1)\ddot{q}_d^1 + S^T(q_d^1)C_S(q_d^1, \dot{q}_d^1)\dot{q}_d^1 + S^T(q_d^1)G(q_d^1)$  其中  $q_{de}^1 \equiv [q_d^T \dot{q}_d^T \ddot{q}_d^T]^T$ 。引用  $\hat{F}(q_{de}^1, \hat{\Theta}_2)$  來近似未知的  $F_d(q_{de}^1)$  之動態行為。進一步的表示  $\hat{F}(q_{de}^1, \hat{\Theta}_2) = Y_2(q_{de}^1)\hat{\Theta}_2$  其中  $Y_2(q_{de}^1)$  表示基礎矩陣。考慮  $\hat{\Theta}_2$  的 constraint region  $\Omega_{\theta_2}$ 。

假設 H2: 存在一最佳近似參數值  $\Theta_2^* \in \Omega_{\theta_2}$ , 使得  $\hat{F}(q_{de}^1, \Theta_2^*)$  近似  $F_d(q_{de}^1)$  盡可能的好。假設近似誤差是有限的。□

引用一線性且簡化階次的觀測器來估測不可直接利用的速度訊號[5]。令  $\eta$  表示觀測器的狀態,  $\hat{x}_2$  表示觀測器的輸出。定義  $\bar{e}_2(t) \equiv \bar{x}_2(t) - \hat{x}_2(t)$ ,  $\Psi_2 = 2\gamma_2 Y_2^T \bar{x}_1$  及  $\tilde{\Theta}_2 \equiv \hat{\Theta}_2 - \Theta_2^*$ 。

選擇 Lyapunov function candidate

$$V(t) = \frac{\alpha_2}{2} \bar{x}_1^T \bar{x}_1 + \frac{1}{2} \bar{x}_2^T A_S \bar{x}_2 + \frac{1}{2} \bar{e}_2^T A_S \bar{e}_2 + \frac{1}{2\gamma_2} (\tilde{\Theta}_2 - \Psi_2)^T (\tilde{\Theta}_2 - \Psi_2) \quad (20)$$

**定理 2:** 考慮受外在雜訊干擾且設備不確定 holonomic 機械系統 with constraint  $\phi(q) = \Delta\phi(t)$ 。給定  $q_d(t)$  及  $\lambda_d(t)$ 。建構以類神經網路(或以模糊邏輯)為基礎的適應位置回授追蹤控制器

$$\dot{\eta} = (pk_1 - k_1^2)\bar{x}_1 - k_1\eta \quad (21)$$

$$\dot{\hat{x}}_2 = \eta + k_1 \bar{x}_1 \quad (22)$$

$$\dot{\hat{\Theta}}_2 = \gamma_2 \text{Proj}[Y_2^T \hat{x}_2 + 2Y_2^T \bar{x}_1 - 2pY_2^T \bar{x}_1] \quad (23)$$

$$\tau = EY_2(\hat{\Theta}_2 - \Psi_2) - k_0 E \hat{x}_2 - J^T \lambda_c \quad (24)$$

其中(21)-(22): 觀測器。那麼 for all bounded initial conditions, 存在 a choice of gains  $k_0$  and  $k_1$ , 使得整個系統具有如同定理 1 的性能。□

### 3.2、Nonholonomic 約束機械系統的控制設計 A、追蹤控制問題描述

考慮 nonholonomic mechanical system (9),(11)。假設系統動態及非固執約束條件為未確定的。給一個想要的軌跡  $q_d(t)$ 。設計以類神經網路(或以模糊邏輯)為基礎的適應回授追蹤控制器, 如此整個閉迴路系統的所有變數是有界的以及追蹤誤差  $q(t) - q_d(t)$  能夠盡可能的小。

B、Nonholonomic 約束之機械系統的簡化型式

令  $J(q)\dot{q} = 0$  能夠適當的重新排列及分割為 [2]  $J_1(q)\dot{s} + J_2(q)\dot{z} = 0$  其中  $s \in R^m$  為 the passive position variable,  $z \in R^{n-m}$  為 the active position variable。那麼,  $J(q)\dot{q} = 0$  能夠被表示成  $\dot{s} = J_{12}(q)\dot{z}$  其中  $J_{12}(q) \equiv -J_1^{-1}(q)J_2(q)$ 。定義  $R(q) \equiv [J_{12}^T(q) \quad I_{n-m}]^T$ 。將  $\dot{q} = R(q)\dot{z}$  及  $\ddot{q} = R(q)\ddot{z} + \dot{R}(q, \dot{q})\dot{z}$  代入(9), 如此當約束機械系統的動態模式(9)限制於 nonholonomic constraint (11)時, 能夠得到簡化形式[2,5]

$$M(q)R(q)\ddot{z} + C_R(q, \dot{q})\dot{z} + G(q) = B(q)\tau + J^T(q)\lambda + d \quad (25)$$

其中  $C_R(q, \dot{z}) \equiv M(q)\dot{R}(q, R(q)\dot{z}) + C(q, R(q)\dot{z})R(q)$ 。動態方程式(25)之特性如下[4,10]:

PN1: 矩陣  $A_R(q) \equiv R^T(q)M(q)R(q)$  是對稱及正定。

PN2: 矩陣  $\dot{A}_R(q) - 2R^T(q)\dot{C}_R(q, \dot{q})$  是 skew-symmetric。

PN3:  $J(q)R(q) = R^T(q)J^T(q) = 0$ 。□

在方程式(25)之推導過程中, 吾人假設非固執約束面為理想的 [2,4,6,9,13]; 亦即  $J(q)\dot{q} = 0$  必須完全已知。無論如何, 從實際工業應用觀點, 理想非固執約束(如 pure rolling、nonslipping、nondeformable 及 nonflexible 等)的假設並不能完全滿足。故吾

人將 relax 此理想約束條件的假設並推廣至  $J(q)\dot{q} = \Delta J(t)$  的情況，其中  $\Delta J(t)$  表示時變的未確定擾動。經由簡單的計算，方程式(25)可修飾為

$$\begin{aligned} M(q)R(q)\ddot{z} + C_R(q, \dot{q})\dot{z} + G(q) \\ = B(q)\tau + J^T(q)\lambda + \Delta F(t, z_e) + d \end{aligned} \quad (26)$$

其中  $\Delta F(t, z_e) = \Delta M(t, q)R(q)\ddot{z} + \Delta C_R(t, q, \dot{q})\dot{z} + \Delta G(t, q) + \Delta f(t, q)$  表示因為  $\Delta J(t)$  的影響而增加的擾動。

### C、控制器設計及穩定性分析

為了設計的目的，吾人需要假設[2]：

假設 N1：矩陣  $J(\cdot), R(\cdot), B(\cdot), M(\cdot), C(\cdot)$ , and  $G(\cdot)$  等函數只依賴  $z$  及  $\dot{z}$ 。

假設 N2：  $r = n - m$  且矩陣  $R^T(z)B(z)$  是 full-rank。□

定義追蹤誤差變數為

$$\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} \bar{x}_1(t) \\ \bar{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z(t) - z_d(t) \\ \dot{z}(t) - \dot{z}_d(t) + p(z(t) - z_d(t)) \end{bmatrix} \quad (27)$$

則吾人可推導誤差動態方程式

$$\dot{\bar{x}}_1 = -p\bar{x}_1 + \bar{x}_2 \quad (28)$$

$$\begin{aligned} A_R(z)\dot{\bar{x}}_2 = -R^T(z)(H(z_e) + C_R(z, \dot{z})\bar{x}_2 \\ - \Delta F(t, z_e) - B(z)\tau - d) \end{aligned} \quad (29)$$

其中  $z_e = [z^T \dot{z}^T z_d^T \dot{z}_d^T \ddot{z}_d^T]^T$  及  $H(z_e) = M(z)R(z)(\ddot{z}_d - p\dot{\bar{x}}_1) + C_R(z, \dot{z})(\dot{z}_d - p\bar{x}_1) + G(z)$ 。引用  $\hat{H}(z_e, \hat{\Theta}_3)$  來近似未知的  $H(z_e)$  之動態行為。進一步的表示  $\hat{H}(z_e, \hat{\Theta}_3) = Y_3(z_e)\hat{\Theta}_3$  其中  $Y_3(z_e)$  表示基礎矩陣。考慮參數  $\hat{\Theta}_3$  的 constraint region  $\Omega_{\theta_3}$ 。

假設 N3：存在一最佳近似參數值  $\Theta_3^* \in \Omega_{\theta_3}$ ，使得  $\hat{H}(z_e, \Theta_3^*)$  近似  $H(z_e)$  盡可能的好。假設近似誤差是有限的。□

選擇 Lyapunov function candidate

$$V(t) = \frac{\alpha_3}{2} \bar{x}_1^T \bar{x}_1 + \frac{1}{2} \bar{x}_2^T A_R \bar{x}_2 + \frac{1}{2\gamma_3} \tilde{\Theta}_3^T \tilde{\Theta}_3 \quad (30)$$

**定理 3：**考慮受外在雜訊干擾且設備不確定 nonholonomic mechanical system with constraint  $J(q)\dot{q} = \Delta J(t)$ 。給定  $z_d(t)$ 。建構以類神經網路(或以模糊邏輯)為基礎的適應狀態回授控制器

$$\hat{\Theta}_3 = \gamma_3 \text{Proj}[Y_3^T \hat{x}_2] \quad (31)$$

$$\tau = (R^T B)^{-1}(R^T Y_3 \hat{\Theta}_3 - k_0 \hat{x}_2) \quad (32)$$

那麼 for all bounded initial conditions，存在 a choice of gain  $k_0$ ，使得整個系統具有下列性能

- 1、所有的狀態及變數是有界的。
- 2、達到一個  $H^\infty$  追蹤性能指標。
- 3、追蹤誤差  $z(t) - z_d(t)$  是 UUB。□

定義  $H_d(z_{de}) \equiv R^T(z_d)(M(z_d)R(z_d)\ddot{z}_d + C_R(z_d, \dot{z}_d)\dot{z}_d + G(z_d))$  其中  $z_{de} \equiv [z_d^T \dot{z}_d^T \ddot{z}_d^T]^T$ 。引用  $\hat{H}(z_{de}, \hat{\Theta}_4)$  來近似未知的  $H_d(z_{de})$  之動態行為。令  $\hat{H}(z_{de}, \hat{\Theta}_4) = Y_4(z_{de})\hat{\Theta}_4$ 。考慮參數  $\hat{\Theta}_4$  的 constraint region  $\Omega_{\theta_4}$ 。

假設 N4：存在一最佳近似參數值  $\Theta_4^* \in \Omega_{\theta_4}$ ，使得  $\hat{H}(z_{de}, \Theta_4^*)$  近似  $H_d(z_{de})$  盡可能的好。假設近似誤差是有限的。□

令  $\Psi_4 \equiv 2\gamma_4 Y_4^T \bar{x}_1$  及  $\tilde{\Theta}_4 \equiv \hat{\Theta}_4 - \Theta_4^*$ 。選擇 Lyapunov function candidate

$$\begin{aligned} V(t) = \frac{\alpha_4}{2} \bar{x}_1^T \bar{x}_1 + \frac{1}{2} \bar{x}_2^T A_R \bar{x}_2 + \frac{1}{2} \bar{e}_2^T A_R \bar{e}_2 \\ + \frac{1}{2\gamma_4} (\tilde{\Theta}_4 - \Psi_4)^T (\tilde{\Theta}_4 - \Psi_4) \end{aligned} \quad (33)$$

**定理 4：**考慮受外在雜訊干擾且設備不確定 nonholonomic mechanical system with constraint  $J(q)\dot{q} = \Delta J(t)$ 。給定  $z_d(t)$ 。建構以類神經網路(或以模糊邏輯)為基礎的適應位置回授控制器

$$\dot{\eta} = (pk_1 - k_1^2)\bar{x}_1 - k_1\eta \quad (34)$$

$$\hat{x}_2 = \eta + k_1\bar{x}_1 \quad (35)$$

$$\hat{\Theta}_4 = \gamma_4 \text{Proj}[Y_4^T \hat{x}_2 + 2\dot{Y}_4^T \bar{x}_1 - 2pY_4^T \bar{x}_1] \quad (36)$$

$$\tau = (R^T B)^{-1}(Y_4(\hat{\Theta}_4 - \Psi_4) - k_0 \hat{x}_2) \quad (37)$$

那麼 for all bounded initial conditions，存在 a choice of gains  $k_0$  and  $k_1$ ，使得整個系統具有如同定理 3 之性能。□

### 3.3、模擬例子

例子一：考慮如圖三所示之具有圓形路徑限制的兩軸機械臂系統。定義  $q^1(t) = q_1(t)$ ， $q^2(t) = q_2(t)$ 。故簡化型式如下

$$\begin{bmatrix} M_{11}(q_2^*) \\ M_{12}(q_2^*) \end{bmatrix} \ddot{q}_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ C_{12}(q_2^*) \dot{q}_1 \end{bmatrix} \dot{q}_1 + \begin{bmatrix} G_1(q_1, q_2^*) \\ G_2(q_1, q_2^*) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} + J^T(q)\lambda + \begin{bmatrix} d_{11} \\ d_{12} \end{bmatrix}$$

其中  $q_2^* = \cos^{-1}[r^2 - l_1^2 - l_2^2 / 2l_1l_2]$  ,  
 $M_{11} = (m_1 + m_2)l_1^2 + m_2l_2^2 + 2m_2l_1l_2 \cos q_2$  ,  
 $M_{12} = m_2l_2^2 + m_2l_1l_2 \cos q_2$  ,  $C_{12} = m_2l_1l_2 \sin q_2$  ,  
 $G_1 = (m_1 + m_2)l_1 g \cos q_1 + m_2l_2 \cos(q_1 + q_2)$  ,  
 $G_2 = m_2l_2 \cos(q_1 + q_2)$  ,  $J = \begin{bmatrix} 0 & -2l_1l_2 \sin q_2 \end{bmatrix}$  及  
 $S = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T$  。 取  $m_1 = 1(\text{kg})$ ,  $m_2 = 2(\text{kg})$ ,  
 $l_1 = 0.3(\text{m})$ ,  $l_2 = 0.4(\text{m})$ ,  $r = 0.5(\text{m})$ ,  $g = 9.8(\text{m/s})$  ,  
 $q(0) = 0$ ,  $\dot{q}(0) = 0$  。 選擇  $q_d^1(t) = \sin(t)$ ,  
 $\lambda_d(t) = 10$  。 假設  $d_{11} = 0.5$  for  $0 \leq t < \pi$  and  
 $d_{11} = 0$  for  $\pi \leq t < 2\pi$  with  $T = 2\pi$  ;  
 $d_{12} = d_{11} - 0.25$  。 受干擾的圓形路徑限制為  
 $\phi(q) = l_1^2 + l_2^2 + 2l_1l_2 \cos q_2 - r^2 - 0.2 \sin 3t = 0$  。

定理 2 所推導之以模糊邏輯為基礎的適應位置回授追蹤控制器將引用來解決此兩軸機械臂之追蹤問題。定義 fuzzy sets for  $q_d^1$

with labels  $A_1^1$  (negative),  $A_1^2$  (near 0), and  $A_1^3$  (positive) characterized by membership functions  $\mu_{A_1^1}(q_d^1) = 1 / (1 + \exp(5(q_d^1 + 0.5)))$ ,  
 $\mu_{A_1^2}(q_d^1) = \exp(-2(q_d^1)^2)$ , and  
 $\mu_{A_1^3}(q_d^1) = 1 / (1 + \exp(-5(q_d^1 - 0.5)))$  。 定義 fuzzy sets for  $\dot{q}_d^1$  with  $A_2^1$  (negative),  $A_2^2$  (near 0), and  $A_2^3$  (positive) characterized by  
 $\mu_{A_2^1}(\dot{q}_d^1) = 1 / (1 + \exp(5(\dot{q}_d^1 + 0.5)))$ ,  
 $\mu_{A_2^2}(\dot{q}_d^1) = \exp(-2(\dot{q}_d^1)^2)$  and  
 $\mu_{A_2^3}(\dot{q}_d^1) = 1 / (1 + \exp(-5(\dot{q}_d^1 - 0.5)))$  。 取 fuzzy

If-Then rules

$R_f^{ij}$  : If  $q_d^1$  is  $A_1^i$  and  $\dot{q}_d^1$  is  $A_2^j$ ,

Then  $f$  is  $B^j$  for  $i = 1, 2, 3$ ,  $j = 1, 2, 3$  。

因此，模糊邏輯近似器  $\hat{F}(q_{de}^1, \hat{\Theta}_2)$  表示為  
 $Y_2(q_{de}^1)\hat{\Theta}_2 \equiv [y_{11}, y_{12}, y_{13}, \dots, y_{31}, y_{32}, y_{33}] [\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_9]^T$   
 其中  $y_{ij}(q_d^1, \dot{q}_d^1) = (\mu_{A_1^i}(q_d^1)\mu_{A_2^j}(\dot{q}_d^1)) / (\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \mu_{A_1^i}(q_d^1)\mu_{A_2^j}(\dot{q}_d^1))$  for  
 $i = 1, 2, 3$ ,  $j = 1, 2, 3$  。 選擇  $p = 2$ ,  $k_\lambda = 40$  並計算  
 $k_0 = 20$  and  $k_1 = 30$  。 如此，建構以模糊邏輯為基礎的適應位置回授追蹤控制器(21)-(24)  
 with  $\gamma_2 = 10$  ,  $\eta(0) = -k_1(q^1(0) - q_d^1(0))$  ,

$q^1(0) = \dot{q}^1(0) = 0$  and  $\hat{\Theta}_2(0) = 0$  。 模擬的結果 show 於圖五(with fuzzy system : 點線 ; without fuzzy system : 虛線) 。 由此模擬結果得知所推導的控制器可達到滿意的追蹤性能 。

例子二：考慮如圖四所示在平面上滾動且不打滑的垂直輪子系統。系統動態方程式為[2,5]  
 $m\ddot{x} = \lambda_1 + d_{11}$ ,  $m\ddot{y} = \lambda_2 + d_{12}$ ,

$I_\theta \ddot{\theta} = \tau_1 - \lambda_1 \cos \phi - \lambda_2 \sin \phi + d_{13}$ ,  $I_\phi \ddot{\phi} = \tau_2 + d_{14}$   
 with 非固執限制  $\dot{x} = \dot{\theta} \cos \phi + 0.1 \sin(2t)$  及  
 $\dot{y} = \dot{\theta} \sin \phi + 0.1 \cos(2t)$  。 為了模擬，取  
 $m = 2(\text{kg})$  及  $I_\theta = I_\phi = 4$  ,  $d_{11} = 0.2$  for  
 $0 \leq t < \pi$  and  $d_{11} = 0$  for  $\pi \leq t < 2\pi$  with  
 period  $T = 2\pi$  ;  $d_{12} = d_{11} - 0.1$  ;  $d_{13} = -d_{12}$  ;  
 $d_{14} = d_{11}$  。 令  $q \equiv [x \ y \ \theta \ \phi]^T$  ,  $z(q) \equiv [\theta \ \phi]^T$  ,  
 故  $R(q) = [\cos \phi \ \sin \theta \ 1 \ 0 ; 0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$  。 選擇  
 $\theta_d(t) = \cos(t)$  ,  $\phi_d(t) = \sin(t)$  。 首先，建構類  
 神經系統  $\hat{H}(z_{de}, \hat{\Theta}_4)$  。 定義 activation functions

$$y_{41} = \frac{e^{\theta_d - 0.5} - e^{-\theta_d + 0.5}}{e^{\theta_d - 0.5} + e^{-\theta_d + 0.5}}, y_{42} = \frac{e^{\theta_d} - e^{-\theta_d}}{e^{\theta_d} + e^{-\theta_d}}$$

$$y_{43} = \frac{e^{\theta_d + 0.5} - e^{-\theta_d - 0.5}}{e^{\theta_d + 0.5} + e^{-\theta_d - 0.5}}, y_{44} = \frac{e^{\phi_d - 0.5} - e^{-\phi_d + 0.5}}{e^{\phi_d - 0.5} + e^{-\phi_d + 0.5}}$$

$$y_{45} = \frac{e^{\phi_d} - e^{-\phi_d}}{e^{\phi_d} + e^{-\phi_d}}, y_{46} = \frac{e^{\phi_d + 0.5} - e^{-\phi_d - 0.5}}{e^{\phi_d + 0.5} + e^{-\phi_d - 0.5}}$$

因此，類神經近似器  $\hat{H}(z_{de}, \hat{\Theta}_4)$  能夠表示為  
 $Y_4(z_{de})\hat{\Theta}_4$  其中  $Y_4 \equiv \text{diag}\{Y, Y\}$  ,  
 $Y \equiv [y_{41} y_{42} y_{43} y_{44} y_{45} y_{46}]$  and  $\hat{\Theta}_4 \equiv [\hat{\theta}_1 \dots \hat{\theta}_{12}]^T$  。  
 選擇  $p = 2$  ,  $k_0 = 15$  及  $k_1 = 20$  。 如此，建構定理 4 所推導之以類神經網路為基礎的適應位置回授追蹤控制器 (34)-(37) with  
 $\theta(0) = 1$ ,  $\phi(0) = \dot{\theta}(0) = \dot{\phi}(0) = 0$ ,  $\hat{\Theta}_4(0) = 0$  ,  
 $\eta(0) = -k_1(\tilde{\theta}(0), \tilde{\phi}(0))^T$  。 模擬的結果 show 於  
 圖六(with neural network : 點線 ; without neural network : 虛線) 。 由此模擬結果得知所推導的控制器可達到滿意的追蹤性能 。

#### 四、結論

本計畫針對 Euler-Lagrange 系統，在設備不確定、未模式擾動及外在雜訊干擾的情況下，探討強健追蹤控制問題。本計畫分為多年多階段執行，逐年探討機械系統、電機系統及機電整合系統等的控制問題。在本年度計畫中吾人考慮可以 Euler-Lagrange 系統



表示的機械系統的強健追蹤控制設計。同時建構以類神經網路(或以模糊邏輯)為基礎的混合式適應強健狀態回授及輸出回授控制器，使得整個閉迴路系統滿足預先指定之暫態及穩態性能指標。在此，吾人 relax 理想約束條件  $\phi(q) = 0$  及  $J(q)\dot{q} = 0$  的假設並推廣至探討伴隨受未確定干擾約束條件機械系統的強健控制問題，建構更強健的補償控制器。總而言之，從實際工業應用的觀點而言，所發展的控制法則能夠更符合工程意義且有更寬廣的應用空間。

## 五、參考文獻

- [1] V. I. Arnold, *Mathematical Methods of Classical Mechanics*, 2nd edition, New York, Springer-Verlag, 1989.
- [2] G. Campion, B. d'Andrea-Novet, and G. Bastin, Controllability and state feedback stabilizability of nonholonomic mechanical systems, *Advanced Robot Control*, Editor by C. Canudas D. W., New York, Springer-Verlay, pp. 106-124, 1991.
- [3] Y. C. Chang, Adaptive fuzzy-based tracking control for nonlinear SISO systems via VSS and approaches, *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, pp. 278-292, 2001.
- [4] Y. C. Chang and B. S. Chen, Robust tracking designs for both holonomic and nonholonomic constrained mechanical systems: Adaptive fuzzy approach, *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, pp. 46-66, 2000.
- [5] Y. C. Chang and Bor-Sen Chen, Intelligent robust tracking controls for holonomic and nonholonomic mechanical systems using only position measurements, *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, Vol. 13, pp. 491-507, 2005.
- [6] T. Fukao, H. Nakagawa and N. Adachi, Adaptive tracking control of a nonholonomic mobile robot, *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, pp. 609-615, 2000.
- [7] Y. H. Kim and F. L. Lewis, Neural network output feedback control of robot manipulators, *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, pp. 301-309, 1999.
- [8] F. L. Lewis, K. Liu, and A. Yesildirek, Neural net robot controller with guaranteed tracking performance, *IEEE Trans. on Neural Networks*, pp. 703-715, 1995.
- [9] S. Lin and A. A. Goldenberg, Neural-network control of mobile manipulators, *IEEE Trans. on Neural Networks*, pp. 1121-1133, 2001.
- [10] N. H. McClamroch and D. Wang, Feedback stabilization and tracking of constrained robots, *IEEE Trans. on Automatic Control*, pp. 419-426, 1988.
- [11] R. Ortega, A. Loria, P. J. Nicklasson and H. Sira-Ramirez, *Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems*, Springer-Verlag, London, 1998.
- [12] Spooner, J. T. and K. M. Passino, Stable adaptive control using fuzzy systems and neural networks, *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, pp. 339-359, 1996.
- [13] C. Y. Su and Y. Stepanenko, Robust motion/force control of mechanical systems with classical nonholonomic constraints, *IEEE Trans. on Automatic Control*, pp. 609-614, 1994.
- [14] C. Y. Su, Y. Stepanenko, and T. P. Leung, Combined adaptive and variable structure control for constrained robots, *Automatica*, pp. 483-488, 1995.
- [15] Wang, L. X., *Adaptive Fuzzy Systems and Control: Design and Stability Analysis*, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1994.

## 六、計畫成果自評

在本年度計畫中吾人考慮可以 Euler-Lagrange 系統表示之機械系統的強健控制設計，完成的具體成果與原計畫預計目標原則上大致相符，說明如下：

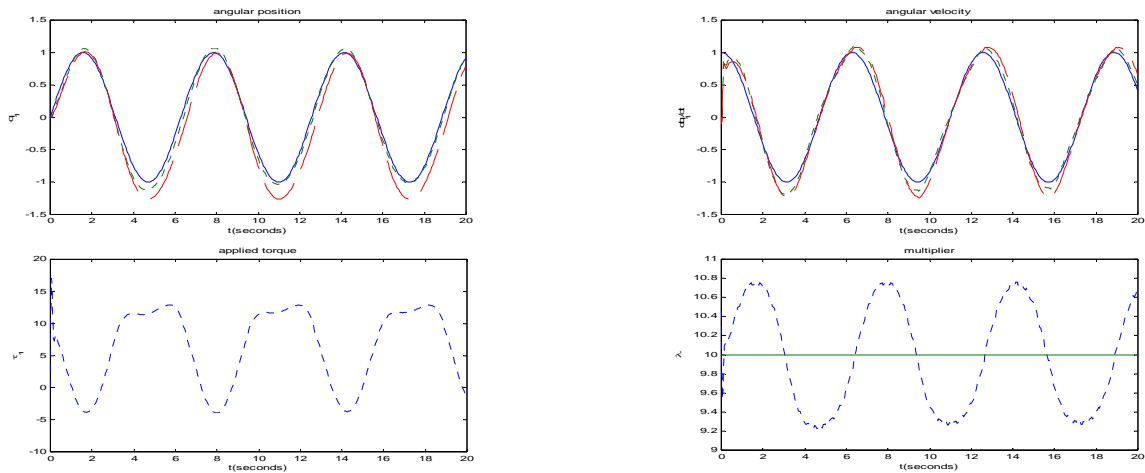
- a、處理及分析複雜但完整的機械系統，使所提出的控制法則更符合工程意義。
- b、為了符合實際工業應用之需要，除了考慮存在於機械動態的設備不確定性外，吾人亦同時補償了存在於固執及非固執約束動態內的未模式時變擾動。

- c、提出有系統的步驟來推導控制器；並確保整個閉迴路系統滿足預先指定之暫態及穩態性能指標。
- d、建構以類神經網路(或模糊邏輯)為基礎的智慧型混合式適應強健追蹤控制器。
- e、比較於先前文獻已發展有關於具有固執及非固執約束性質之機械系統的強健追蹤控制策略，從實際工業應用的觀點而言，本計畫所發展的控制法則具有更寬廣的應用空間的特點。
- f、利用電腦模擬結果，驗證所設計之混合式適應強健控制法則。

在學術理論上，本計畫的研究成果在複雜的 Euler-Lagrange 系統之控制上為新的創

見及成就。建構以類神經網路(或以模糊邏輯)為基礎的智慧型混合式適應強健追蹤控制器並同時補償因設備不確定、未模式擾動及外在雜訊干擾所產生的影響，故所發展的控制策略具有非常寬廣的應用空間。我們預期研究成果將可分成數篇論文發表在國際性期刊上。在國家發展及其它應用方面，本計畫旨在設計出智慧型 hybrid adaptive/robust 控制器，藉助電腦模擬之驗證，我們期能將所發展之控制法則能實際應用於實務機電控制系統，修正及改善性能以使其其能符合產業的需要；提昇相關產品的品質與性能，增加其在國際上的競爭力，間接地促進經濟的繁榮與發展。

圖五：模擬結果



圖六：模擬結果

