

太陽能追日系統之研究：第一篇：公式的準確性

Study on a solar tracking system: part I: accuracy of the formulas

林俊銘 李明博 黃聖澤 劉宏益 林文德 卓胡誼
Jiun-Ming Lin Ming-Po Li Sheng-Tse Huang Hung-Yi Liu Wun-De Lin Yi Jwo-Hwu

崑山科技大學電機系
Department of Electrical Engineering
Kun Shan University of Technology

摘要

由於太陽能光電板的效率仍然偏低，所以，如何增加太陽能發電系統的效率是非常值得研究的課題。本文整理歸納出任意時刻太陽磁偏角、時角、入射角以及方位角的計算公式，並經由實測驗證其準確性，用以提升太陽能發電系統的效率。

關鍵詞：太陽軌跡，太陽光電板

Abstracts

Because the efficiency of a photovoltaic solar energy system is quite low, how to absorb maximum power from sun is becoming very important. The calculation formulas for the solar declination, the hour angle, the zenith angle, and azimuth angle is proposed in this paper. The accuracy of calculation formulas for solar trajectories is verified by realistic measurements.

Keywords: The solar trajectories, a photovoltaic solar energy system

一、研究動機

一經使用，其可使用的量便會減少的稱為消耗性能源。例如石油、煤、天然氣、鈾...等。依據能源組織的調查，以目前已知的蘊藏量與消耗量的估算，石油再過 32 年就會用完，天然氣再過 55 年也會用完，若不回收再提煉，核能發電所用的鈾再過 63 年就會用完，而煤再過 172 年也會用完〔1, 2〕，因此，開

發再生能源顯得非常重要。

尤其，在最近幾個月內，原油價格由每桶 32 美元急速飆升到每桶 52 美元，漲幅超過六成，各項物價並隨之上漲，似乎有演變成第三次能源危機的態勢，再生能源的研發也因而更為迫切。

在各項再生能源之中，太陽能最為普及，不論高山或海邊，都市或鄉村到處都有陽光，故太陽能的相關研究一直非常熱門，不過，太陽能光電板的轉換效率偏低，因此，如何增加單位面積所能吸收的太陽能是非常值得研究的課題，依據國外的研究〔3〕，具追日功能的太陽能光電板，其輸出可比固定式的太陽能光電板增加約 50%，因此，本研究鎖定太陽能追日系統，將國內外相關研究整理歸納出任意時刻太陽磁偏角、時角、入射角以及方位角的計算公式，並經由實測驗證其準確性，可供後續研究者參考，用以提升太陽能發電系統的效率。

二、國內相關研究

雲林科技大學王耀諄教授對於太陽磁偏角(赤緯角)有深入的研究〔4〕並推演出逐時日射量機率模型，可以用來推估逐日或逐時的日射量，對於預估太陽能光電板於某一特定時段的發電量有相當大的幫助，可以使獨立型或併聯型太陽光電能系統做更適當的調度。

中山大學陳耀銘教授針對固定式太陽能光電板最佳安裝角度進行研究〔5〕，得知嘉義地區每個月的最佳安裝角度，可供嘉義地區太陽光電板逐月調整仰角的重要參考。

中原大學何金滿教授的研究〔6〕，則提供中壢地區太陽能光電板調整仰角的重要參考，並突顯在不同日照強度下調整負載的效益。

建國技術學院紀捷聰教授，則自製追日機構與控制電路〔7〕進行實際測試，並將追日方法由太陽能光電板推廣到太陽能熱水器〔8〕。

三、國外相關研究

Walraven 的研究〔9〕，首先提出太陽位置的計算公式，但是透過時區等各種換算，顯得較為麻煩，而且只適用於北半球。

Braun 和 Mitchell 的研究〔10〕，則著重於推導出不同追日模式的方位角及仰角，但卻不適用於熱帶地區。

至於 Cucumo 等人的研究〔11〕，則將以上兩篇的公式，修正成可以適用於任何緯度的公式。

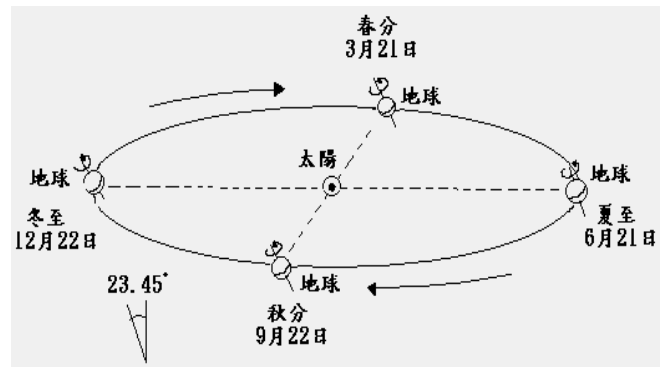
因為台灣位於北半球，而且屬於亞熱帶而非熱帶，故上述三篇論文的公式都適用於台灣，但是以上三篇論文個別以不同符號提出部份計算公式，令有意研究者必須來回穿梭於不同論文與不同符號之間，顯得複雜又麻煩，故在本文中，將上述三篇論文的符號加以統一，並省略一些在台灣地區不必考慮的特殊情況，整理歸納成淺顯易懂的簡單公式，再經由實測驗證其準確性，以便供後續研究者參考使用。

四、磁偏角

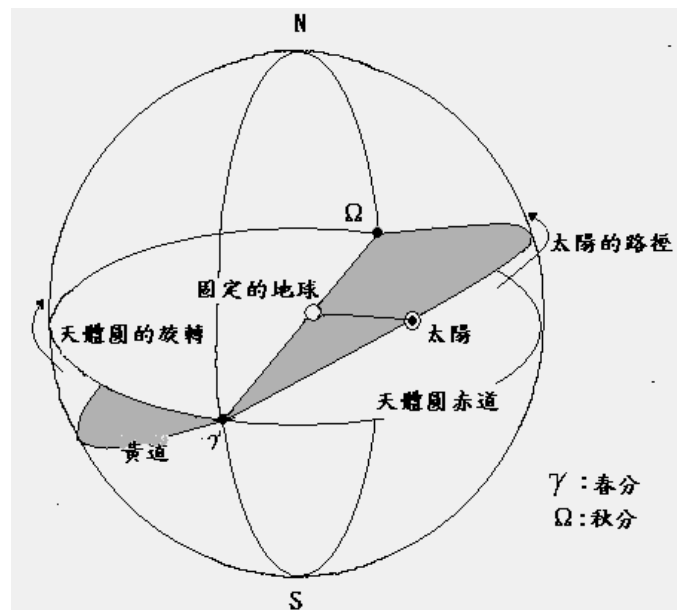
由圖一可知，地球繞太陽公轉的平面(黃道面)與地球自轉的平面並非平行，其間有 23.45° 的差異，再加上地球繞太陽公轉的軌道(黃道)是橢圓形而非正圓形，因此會產生磁偏角(solar declination)也有人稱為赤緯角。

雖然實際上是地球繞著太陽公轉，但是以人的立場看，卻習慣將自己所站的地球視為固定不動，而看成是太陽繞著地球轉動的方式，這樣比較容易理解與接受。因此，我們將圖一改畫成圖二，並將整個天空視為一個天體圓。

由圖二中可看出，全年之中，每一天太陽和地球的連線與天體圓赤道之間所形成的夾角，也就是所謂的磁偏角 δ 都不相同，會在 $+23.45^\circ$ 與 -23.45° 之間變化，其計算公式為



圖一 黃道示意圖



圖二 天體圓示意圖

$$\delta = 23.45^\circ \sin \left[\frac{360(284+n)}{365} \right] \quad (1)$$

其中 n 為自 1 月 1 日算起的第幾天。

例如要計算 1 月 1 日的磁偏角，則 $n=1$ ，代入公式(1)

$$\delta = 23.45^\circ \sin \left[\frac{360(284+1)}{365} \right] = -23.01^\circ$$

又例如要計算 2 月 1 日的磁偏角，則 $n=32$ ，代入公式(1)

$$\delta = 23.45^\circ \sin \left[\frac{360(284+32)}{365} \right] = -17.52^\circ$$

表一列出全年每個月的 1 日、11 日及 21 日的磁偏角以及與前一個值的差。例如 1 月 11 日的磁偏角

-21.9° 其前一個值，即 1 月 1 日的磁偏角為 -23.01°，兩者的差為 $(-21.9^\circ) - (-23.01^\circ) = 1.11^\circ$ 。則由表一可知，磁偏角在 12 月、1 月、6 月及 7 月變化較小，而在 3 月、4 月、9 月及 10 月，則變化較大，此點可由圖一與圖二獲得驗證，即在接近冬至及夏至時磁偏角變化小，而在接近春分與秋分時磁偏角變化大，在秋分(9 月 22 日)跨過 0°，成為負值，到冬至(12 月 22 日)達到負的最大值 -23.45°，隨後開始增加，在春分(3 月 21 日)又跨 0°，開始成為正的值，到夏至(6 月 21 日)達到正的最大值 23.45°，然後開始減少。

五、時角

因為地球自轉一周約為 24 小時，所以，太陽每小時大約自東往西移動 $15^\circ (360^\circ / 24)$ ，定義正午的時角為 0°，故時角 W 的計算公式為

$$W = 15^\circ [12 - H] \quad (2)$$

其中 H 為 24 小時制的時間，W 為正表示偏東，W 為負表示偏西。

例如上午 9:00，則 H=9，代入公式(2)

$$W = 15^\circ [12 - 9] = 45^\circ (\text{偏東})$$

又例如下午 2:00，則 H=14，代入公式(2)

$$W = 15^\circ [12 - 14] = -30^\circ (\text{偏西})$$

此外，也能算出某一地點，某一天日出以及日落的時間與時角，計算公式如下：

日出時角：

$$W_r = \cos^{-1}[-\tan \phi \tan \delta] \quad (3)$$

日出時間：

$$H_r = 12 - \frac{W_r}{15^\circ} \quad (4)$$

日落時角：

$$W_f = -W_r \quad (5)$$

日落時間：

$$H_f = 12 - \frac{W_f}{15^\circ} \quad (6)$$

例如，以公式(1) 計算 3 月 11 日的磁偏角，則 3 月 11 日 n=71，代入公式(1)

$$\delta = 23.45^\circ \sin \left[\frac{360(284 + 71)}{365} \right] = -4.02^\circ$$

或查表一可知， $\delta = -4.02^\circ$ ，台南的緯度 $\phi = 23^\circ$ ，代入公式(3)，

$$W_r = \cos^{-1}[-\tan 23^\circ \tan(-4.02^\circ)] = 88.29^\circ$$

代入公式(4)，

$$H_r = 12 - \frac{88.29^\circ}{15^\circ} = 6.114$$

可計算出日出時間 H_r 為 6.114 小時，即上午 6 時 6 分 50.4 秒日出，代公式(5)，

$$W_f = -W_r = -88.29^\circ$$

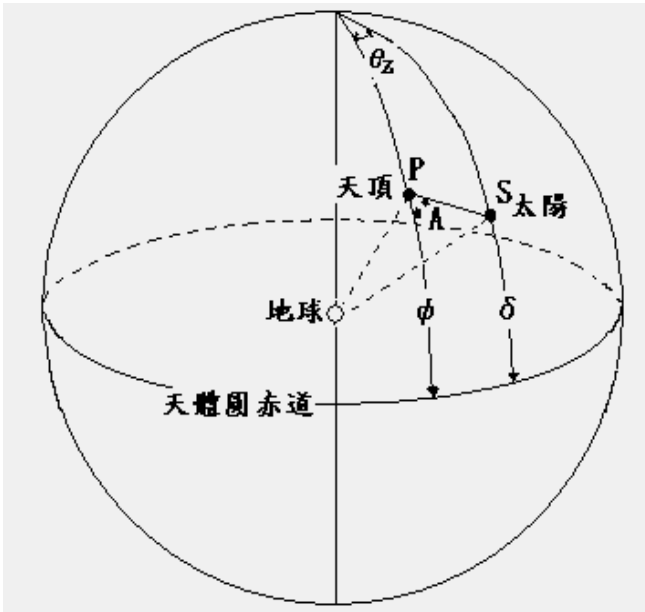
代入公式(6)，

$$H_f = 12 - \frac{-88.29^\circ}{15^\circ} = 17.886$$

可得日落時間 H_f 為 17.886 小時，即下午 5 時 53 分 9.6 秒日落。

六、入射角與方位角

將圖二改畫成圖三，則可看出，站在地球上的觀看者，其頭頂正上方與天體圓的交點為 P 點，即所謂的天頂，觀看者所看到太陽(S 點)與天頂(P 點)之間的夾角 θ_z 就是入射角，也稱為天頂角，其公式為



圖三 入射角與方位角示意圖

$$\theta_z = \cos^{-1}[\sin \delta \sin \phi + \cos \delta \cos \phi \cos w] \quad (7)$$

再由圖三可知，方位角 A 為觀看者所看到太陽(S 點)和天頂(P 點)之間的連線，與自天頂(P 點)往天體球赤道(正南方)延伸線之間的夾角，其公式為

$$|A| = \cos^{-1} \left[\frac{\sin \alpha \sin \phi - \sin \delta}{\cos \alpha \cos \phi} \right] \quad (8)$$

其中 α 為太陽的高度角，可由以下簡單公式求得

$$\alpha = 90^\circ - \theta_z \quad (9)$$

方位角 A 的值 0° 表示南方，上午採用正值表示偏東，下午需用負值表示偏西。

例如要計算 8 月 7 日上午 6 時的太陽入射角及方位角，首先 8 月 7 日為第 220 天，故 $n=220$ ，代入公式(1)

$$\delta = 23.45^\circ \sin \left[\frac{360(284 + 220)}{365} \right] = 15.964^\circ$$

而上午 6 時以 $H=6$ 代入公式(2)

$$W = 15^\circ [12 - 6] = 90^\circ \text{ (偏東)}$$

台南緯度 $\phi=23^\circ$ ，代入公式(7)，

$$\begin{aligned} \theta_z &= \cos^{-1}[\sin 15.964^\circ \sin 23^\circ + \cos 15.964^\circ \cos 23^\circ \cos 90^\circ] \\ &= 83.83^\circ \end{aligned}$$

代入公式(9)

$$\alpha = 90^\circ - 83.83^\circ = 6.17^\circ$$

再代入公式(8)

$$|A| = \cos^{-1} \left[\frac{\sin 6.17^\circ \sin 23^\circ - \sin 15.964^\circ}{\cos 6.17^\circ \cos 23^\circ} \right] = 104.75^\circ$$

因為是上午，必須採用正值，可得方位角 $A=104.75^\circ$ ，表示偏東。

同理，若要計算 8 月 7 日下午 3 時的入射角及方位角，則 $n=220$ ， $\delta=15.964^\circ$ ， $H=15$ 代入公式(2)

$$W = 15^\circ [12 - 15] = -45^\circ \text{ (偏西)}$$

以 $\phi=23^\circ$ ，代入公式(7)，

$$\theta_z = \cos^{-1}[\sin 15.964^\circ \sin 23^\circ +$$

$$\cos 15.964^\circ \cos 23^\circ \cos(-45^\circ)] = 42.84^\circ$$

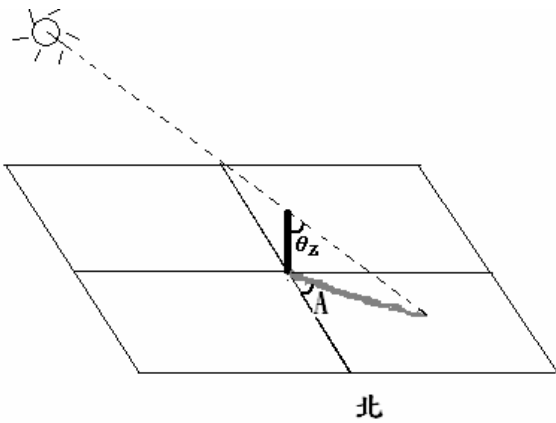
代入公式(9)

$$\alpha = 90^\circ - 42.84^\circ = 47.16^\circ$$

代入公式(8)

$$|A| = \cos^{-1} \left[\frac{\sin 47.16^\circ \sin 23^\circ - \sin 15.964^\circ}{\cos 47.16^\circ \cos 23^\circ} \right] = 88.95^\circ$$

下午需用負值，則 $A=-88.95^\circ$ ，表示偏西。



圖四 實際測量示意圖

七、公式的準確性

為了驗證上述公式的準確性，設計如圖四的測量方式：在水平面紙面上垂直立一竹桿，實際測量竹桿長度與影子長度，可計算出太陽的入射角為

$$\theta_z = \tan^{-1} \left(\frac{\text{影子長度}}{\text{竹竿長度}} \right) \quad (10)$$

此外，實際測量影子與北方(以指南針定位)的夾角，可得到太陽的方位角。8月7日的計算值，實測值與誤差百分比絕對值如表二及表三所示。由表二可看出在入射角的部份，除8月7日12:00的值之外，其餘誤差百分比絕對值均小於10%。此外，由表三可看出在方位角的部份，除8月7日13:00的值之外，其餘誤差百分比絕對值均小於10%。上述誤差百分比絕對值較大的測量點都接近中午，研判可能是接近中午時影子長度較短，造成在測量上的困難，比較容易因為測量上的少許偏差，而產生較大誤差所致。此外，因為目前只測得夏季與秋季的數據，故其他季節，尤其是冬季的情況，則仍有待進一步評估。

八、結論

本文整理歸納出計算太陽軌道的公式，並經由實際測量驗證公式的準確性，可提供太陽能追日系統，用於計算在台灣地區任意時刻的太陽入射角與方位角，以便適當調整追日系統，達到提升單位面積所能吸收太陽能的目的。

九、致謝

感謝國科會計畫編號 NSC 93-2815-C-168-016-E 予以經費補助。

十、參考文獻

1. 「核能發電天龍八部」、台灣電力公司，中華民國86年3月。
2. 「太陽能應用推廣說明巡迴列車講義」、經濟部能源委員會，中華民國90年。
3. P.Batlas, M. Tortoreli and P. Russell, "Evaluation of Power Output for Fixed and Step Tracking Photo-Voltaic", Solar Cells, Vol.37, No.2, pp. 147-163, 1986
4. 李東諭、王耀諄「日射量機率模型之建立」中華民國第21屆電力研討會 pp. 1231-1235, 2000.
5. 吳旭晉、陳耀銘「固定式太陽能電池最佳安裝角度之研究」中華民國第21屆電力研討會 pp. 967-971, 2000.
6. 何金滿、包濬璋「中壢地區太陽光發電系統運轉性能評估」中華民國第24屆電力研討會 pp. 419-420, 2003.
7. 紀捷聰、鐘明政「應用太陽能位置站追蹤法提高太陽能板輸出功率之研究」，中華民國第23屆電力工程研討會 pp. 294-298, 2002.
8. 紀捷聰「太陽能熱水器集熱板之改善暨智慧型追日機構裝置之研究」，中華民國第24屆電力研討會 pp. 1627-1631, 2003.
9. Walraven, R., "Calculation the Position of the Sun", Solar Energy, 20, pp. 393-397, 1978.
10. Braun, J. E. and Mitchell, J.C., "Solar Geometry for Fixed and Tracking Surfaces", Solar Energy, 31, pp. 439-444, 1983.
11. M. Cucuno, D. Kaliakatsos, and V. Marinelli, "General Calculation Methods for Solar Trajectories", Renewable Energy, Vol. 11, No. 2, pp. 223-234, 1997.

表一、全年每月1日、11日、21日的磁偏角及與前一個值的差(單位：度)

日期	1月1日	1月11日	1月21日	2月1日	2月11日	2月21日	3月1日	3月11日	3月21日
磁偏角 δ	-23.01	-21.9	-20.14	-17.52	-14.59	-11.23	-7.91	-4.02	0
與前一個值的差	0.43	1.11	1.76	2.62	2.93	3.67	3.32	3.89	4.02
日期	4月1日	4月11日	4月21日	5月1日	5月11日	5月21日	6月1日	6月11日	6月21日
磁偏角 δ	4.41	8.29	11.93	15.21	17.91	20.34	22.17	23.15	23.45
與前一個值的差	4.41	3.88	3.64	3.28	2.7	2.43	1.83	0.98	0.3
日期	7月1日	7月11日	7月21日	8月1日	8月11日	8月21日	9月1日	9月11日	9月21日
磁偏角 δ	23.05	21.97	20.24	17.65	14.74	11.40	7.34	3.42	-0.61
與前一個值的差	-0.4	-1.08	-1.73	-2.59	-2.91	-3.34	-4.06	-3.92	-4.03
日期	10月1日	10月11日	10月21日	11月1日	11月11日	11月21日	12月1日	12月11日	12月21日
磁偏角 δ	-4.61	-8.48	-12.10	-15.67	-18.42	-20.64	-22.24	-23.18	-23.44
與前一個值的差	-4	-3.87	-3.62	-3.57	-2.75	-2.22	-1.6	-0.94	-0.26

表二、8月7日入射角的計算值、實測值(單位：度)與誤差百分比絕對值

時間	6:00	7:00	8:00	9:00	10:00	11:00	12:00	13:00	14:00	15:00	16:00	17:00	18:00
計算值	83.83	70.33	56.64	42.84	29.09	15.78	7.04	15.78	29.09	42.84	56.64	70.33	83.83
實際值	81.27	72.32	58.79	44.64	31.49	16.03	3.58	14.71	27.14	41.59	54.94	70.02	82.81
誤差百分比 絕對值	3.05	2.83	3.80	4.20	8.25	1.58	49.15	6.78	6.7	2.92	3.00	0.44	1.22

表三、8月7日方位角的計算值、實測值(單位：度)與誤差百分比絕對值

時間	6:00	7:00	8:00	9:00	10:00	11:00	12:00	13:00	14:00	15:00	16:00	17:00	18:00
計算值	104.75	99.53	94.48	88.94	81.46	66.19	0	-66.19	-81.46	-88.94	-94.48	-99.53	-104.75
實際值	102	97	91	85	80	64	0	-77	-84	-92	-99	-104	-108
誤差百分比 絕對值	2.63	2.54	3.68	4.43	1.79	3.31	0	16.33	3.12	3.44	4.78	4.49	3.10