

# 行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

以雙曲線熱傳導模式逆解多塗層光纖之鬆弛時間及其光學  
效應之研究

研究成果報告(精簡版)

計畫類別：個別型  
計畫編號：NSC 95-2221-E-168-006-  
執行期間：95年08月01日至96年07月31日  
執行單位：崑山科技大學機械工程系

計畫主持人：朱紹舒  
共同主持人：張文進  
計畫參與人員：碩士班研究生-兼任助理：王耀祥  
臨時工：張吉宏

處理方式：本計畫可公開查詢

中華民國 96年10月26日

# 應用雙曲線熱導模式逆解多塗層光纖之鬆弛時間及其光學效應之研究

## 國科會專題研究計畫成果報告撰寫格式說明

### Preparation of NSC Project Reports

計畫編號：NSC95-2221-E-168-006

執行期限：95 年 08 月 01 日至 96 年 07 月 31 日

主持人：朱紹舒 崑山科技大學及機械系

共同主持人：張文進 崑山科技大學及機械系

計畫參與人員：王耀祥、張吉宏 崑山科技大學及機械系

#### 一、中文摘要

光纖通訊傳輸具有損失小、頻寬大和不受電磁干擾等等的優越特性，並可結合聲、光、電等效果，因此為電信、電訊及網路最佳的傳輸媒介。除了應用於通訊元件外，並可製作成感測器，用來傳輸及量測信號，光纖感測器乃利用幾何物理量的變化調制信號強弱，可量測之領域諸如壓力、應力、加速度、聲波、轉速、溫度、磁場、電壓、電場等，近年來廣泛的應用於科研、工業、醫療、教學等領域；本研究是以逆算法及微觀熱傳效應探討光纖多塗層在受熱負荷時所誘生的光學效應，結合微觀熱學、力學及光學三方面的研究。考量光纖微小尺度在工作環境中會由於外界溫度變化導致其內部誘生熱應力，而這些應力的產生將會導致光纖傳輸訊號時產生折射率的改變以及微彎曲損失等光學問題；在計算受到外界的熱負荷對光纖所產生的光學效應，以雙曲線熱傳導模式為統御方程式計算光纖的暫態熱效應，再以運算效率極佳的共軛梯度法來處理微觀逆算問題，亦即藉助於光纖表面溫度的量測來估算不易量測之塗層的鬆弛時間參數。

#### 關鍵詞：

光纖，多塗層，光纖通訊，雙曲線熱傳導，鬆弛時間，微觀熱傳，逆算熱傳問題，共軛梯度法，黏彈理論，光學效應。

#### Abstract

Transmission of optical fiber communication provides with minimal transmission losses, large bandwidth, and exempt from electromagnetic interference...etc. It can be integrated sound, light, and electricity effects into one unique device and become to the best transmitting media in lots of applications. Sensor devices applied optical fibers to measure the physical quantity of

pressure, stress, acceleration, acoustic wave, magnetic/electric field, and voltage. Recently, they also widely used in technology research, industry, medical treatment, and education applications. Today, it will turn into more popular among telecommunications, radio communications, and network in real world. The objective of this project is to estimate the optical effects of thermal loading on optical fibers by including micro heat transfer phenomenon and an inverse algorithm. Thermal stresses within an optical fiber are induced by a thermal loading on the fiber and vary according to subject it into the operating environment. These stresses can result in a refractive index change and micro-bending loss during signal transmission. The governing equation of hyperbolic heat conduction will applied to model thermal effects of the fiber. Then, the conjugate gradient method, which is very powerful technique, is used to estimate the relaxation time by the inverse methodology.

**Keywords:** optical fiber, multilayer coated, optical fiber communication, micro heat transfer, relaxation time, hyperbolic heat conduction, inverse heat transfer problem..

#### 二、緣由與目的:

隨著數據傳輸高速化、寬帶化、多媒體業務綜合化趨勢的日益臨近和用戶接入網部分的強勁發展，必將帶來光纖、光纜應用格局的新變化。從這幾年我國光傳輸市場的發展來看，我國光傳輸市場將會保持較快的增長速度，同時，市場競爭的激烈程度會日益加劇。近十年來國內高科技產業的發展，皆以雙位數進行成長，在經歷了 2001 年全球產業的不景氣，台灣高科技產業亦相對獲利萎縮。由於台灣光通訊產業在 2000 年底許多新加入的廠商競相投入市場，並且在 2001 年陸續的進入了量產的階段，因此雖

然單筆的訂單量並不是很大，但是由於眾多廠商的緣故，使得光通訊元件產業仍然締造出 27% 的成長率，達到了 122 億新台幣，其中光纖光纜業仍然是最大宗，佔總產值的 36%[1]。光纖是光導纖維的簡稱，它是由玻璃材料 - SiO<sub>2</sub> 抽絲合成的光傳輸媒體，並藉由光波來傳送使用者所需傳遞的資訊。自 1960 年代光纖技術被發明後，經不斷的研究和改進，到了西元 1970 年，由貝爾實驗室製作成功，可於常溫下連續振盪之半導體雷射 (Semi-conductor Laser) 及康寧玻璃工廠 (Corning Glass Work) 製造出每公里衰減小於 20 分貝的低損失石英質 (Silica) 光纖後，「光纖」技術一日千里。在 1980 年代以後開始廣泛應用於有線通訊上；今日，由於光電科技的發展，每公里衰減低於 1 分貝，傳輸頻寬 (「頻率寬度」) 高於 800MHz 的光電纜已可大量生產，再配合「高階數位多工」 (High Order Digital Multiplex) 技術的發展以及高性能「光電元件」 (Opto-Electronic Device) 的開發，每秒傳播速度高達九千萬「位元」 (Binary Digit, 簡稱 bit)，甚至每到每秒四億「位元」之高速大容量光通訊系統，目前已達實用化的階段。光纖通訊 (optical fiber communication) 由於具有許多優點，因此其重要性，與日俱增，其主要的特點有如容量大，傳輸距離遠，低損失與寬頻帶，尺寸小重量輕及彎曲半徑小；由於纖維是玻璃材料，因此不導電、不輻射、不怕潮濕，抗腐蝕能力強，亦不受電磁干擾，靈敏度高，信號傳輸容易，體積小，適於特殊環境之工作為現今傳輸訊息一種很重要的材質。由於光纖直徑很小 (通訊級的光纖直徑約為 125 μm) 重量輕的特點，使得光纖在空間的利用上獲得很多便利，例如它可用於飛行器材、飛行工具、船上以及城市擁擠的地下導管等等。又因「光纖」屬於「電介質波導」因此可安裝在飛機、火箭、導彈內控制系統，可以避免諸如利用金屬作為傳輸介質所引起的輻射干擾，又可以簡輕負載，節省燃料，提高飛行速度；由於具有抵抗惡劣環境的能力，因此可使用在有害氣體環境下如化工廠、礦廠內之通訊設備，亦可用在醫療設備上；除了空中及陸上以外，亦可裝置在水中，如海底光纖通訊系統即是。光纖除了可用於通訊元件外，亦可做感測器使用，用來傳輸量測的信號，光纖感測器利用幾何物理量的變化調制信號強弱之原理，可量測之領域諸如壓力、應力、加速度、聲波、轉速、溫度、磁場、電壓、電場等。近來，光纖已被用來作為超精密顯微鏡探針之材料，由原子力顯微鏡 (AFM, atomic force microscope) 和掃描近場光學顯微鏡 (SNOM, scanning near-field optical

microscope) 結合之新型 SNOM/AFM 之顯微鏡 [2, 3]，即利用光纖探針，可同時獲得光訊號和力訊號；光纖探針為此類顯微鏡中非常重要之元件，其對影像之解析度有決定性之影響。光纖內層為玻璃纖維 (Glass fiber)，其為外徑依種類不同分為 8、50、62.5/125 μm，因纖維為極細玻璃脆性材料，所以為了保護它，當纖維剛由預製棒拉製時就須立即塗覆一層保護的塗覆層 [4]；使用光纖導管時，其彎曲會使得傳輸損失增加，例如光纖導管被製造出來時，需繞上圓形筒，此時就會產生巨觀彎曲損失，但只要彎曲的半徑大於纖維直徑的 100 倍，此損失幾乎可忽略不計。為加強纖弱的纖核及纖覆，塗覆層與原來的玻璃材料不同，因此當外界溫度改變時，由於這些材料間的熱膨脹係數不同，因此往往導致纖維產生微彎曲 (Microbending)，致使增加傳輸損失，稱為微彎曲損失 (Microbending loss) [5, 6]。而且當微彎曲產生時，訊號光在光纖傳播，其基本模態 (Fundamental mode) 在傳輸平面上 X 和 Y 方向具有不同的傳播常數 (Propagation constant)，在 X 軸和 Y 軸產生兩個極化模態 (Polarization mode)，當訊號光在光纖中傳輸一段距離後，即會發生此兩模態間有時間延遲 (Delay) 效應，因而造成訊號光分散，此種現象稱為極化模態分散 (Polarization mode dispersion) [7]。除此之外，由於溫度變化會在光纖內部誘生徑向、切向和軸向應力，因此根據力學-光學 (Mechanics-optics) 間之關係，其亦會影響折射率 [8-10]，而光纖折射率是光纖設計與製作的重要參數之一，亦是商業化光纖產品的特性參數。近年來利用光纖傳輸的品質要求愈來愈高，因此這方面的研究更顯得迫切，值得大家投入探討。

目前光纖通訊在全球的電信網路應用上所佔比例最大，佔整體光纖通訊產值超過七成以上，長途海底纜線有九成半以上都是採用光纖光纜來取代傳統電纜，在一些電信建設較發達的國家，陸上的長途電信網路主幹線也有近九成以上的網路光纖化程度。近年來，無論國內外，電腦資訊與通訊的結合產生了 Internet，網路的興起極為迅速，對於網路的傳輸速率與頻寬需求將大幅增加傳統的令牌環 (Token Ring) 網路、乙太網路等無法符合這些要求。而光纖區域網路如 FDDI、Fiber Channel、ATM、Fast Ethernet/Gigabit Ethernet 等，正可以提供使用者一個高速傳輸網路；雖然在這些網路中，從機房到個人電腦都還是採用銅線來傳輸，其餘部份卻幾乎已經光纖化。不論是企業內部網路、校園網路或者用戶在家中用電話線透過數據機上網，光纖已經從骨幹網路 (Backbone) 逐漸侵蝕

到校園主幹網路，也就是光纖到大樓(Fiber To The Building;FTTB)，甚至在每一棟建築物的每一層樓間也都採用光纖做為傳輸媒介，而最後的目標是將光纖從機房直接拉至每一台電腦上，也就是光纖到桌上(Fiber To The Desktop;FTTD)。光纖的應用亦日益廣泛，利用光纖來作視訊(Video)、音訊(Audio)和數據(Data)等訊號的傳遞，更是不可或缺的科技。人類不但對光纖科技利用需求日增，而且對提高其產品品質之要求亦日漸嚴格。

因此本計劃乃針對影響光纖傳輸損失如折射率、塗覆層因應力產生微彎傳輸損失和造成光纖極化模態分散之主要環境因素—溫度，加以研究，其對光纖傳輸造成不良的效應，尤其在高溫、高速率或長距離傳輸系統中更為明顯；而且更值得注意的是，這些不良的效應無法用現有的光學技術加以補償。由於光纖尺度微小，所以本計劃擬對於當光纖置於在溫度環境中傳輸訊號時，希望能藉波傳導統馭方程式經由逆算分析預測不易獲得的熱對流係數；此外亦可求得光纖內部之溫度變化和熱應力分佈，並進一步以最佳化設計之方法，找出較合適或可降低這些不良效應的塗層材料。

隨著光電製造技術的進步，微機電、次微米電子電路及奈米等級元件相繼被研發。當元件的尺寸朝向次微米甚至奈米等級發展的同時，物理學界及工程學界，亦對微觀世界下的物理特性多所著墨[11]。部分研究者探索微觀尺度下物理行為變成了一個重要的論課題。溫度熱對微觀元件的影響，乃因物體體積的縮小及尺寸的減小，使得傳統熱傳分析方法在微小尺度的適用性受到質疑。元件的在微觀尺度下表現出之熱傳行為與在巨觀模式下所預測的結果有一定的差異[12]。由於以光纖傳輸訊號，有諸多的優點，其應用越來越多，範圍亦越來越廣，人們對其品質要求亦越來越高。因此光纖受環境因素如溫度、壓力等之影響亦越來越受重視。光纖尺寸微小，在上述的使用中難免會受到環境因素之影響，這些因素對光纖而言亦為一種外力的形式，會造成傳輸性能或多或少的不良的影響。

傅立葉(Fourier)定律一直作為傳統(巨觀)熱傳導的基本方程式[13]，早期傅立葉定律乃依據經驗法則歸納得出[14]，文獻中最早進行理論推導的是Maxwell在1867年使用統計物理導出[15]。方程式中展現出的物理意義與日常生活常觀察到的現象並不盡相符，因此受到部分研究學者的注意及探討[16]。其適用於尺度遠大於熱載子運動特徵尺寸的條件，當工程問題所探討的尺度太小時，傅立葉定律並不全然適

用。而熱載子在微觀尺度下的能量傳遞的機制，是決定微觀熱傳行為的主要角色。

研究光纖因受外力而誘生應力的性質，Suhir [17]為重要的研究者之一，其曾探討雙層塗層光纖(Dual-coated optical fibers)承受壓力和拉力負荷時所誘生應力造成光纖力學行為。90年代以後，King[18]曾以彈性力學中位移、應變和應力間的關係[19]探討當外界溫度改變時在光纖內部誘生應力之大小，然後，Shiue [20-21]將這些觀念運用在研究光纖微彎曲之應用上，針對光纖因外界溫度變化、承受壓力及軸向變形等所誘生的應力造成的微彎曲現象加以探討。然而這些外力因素除了會造成光纖微彎曲導致傳輸訊號時的損失和訊號光分散外，亦會造成折射率改變，導致影像失真。因此最近Yuan[22]和Chang等[23]亦對這些外力因素造成的光學效應加以研究，而Yang[24]亦進一步研究暫態溫度效應對微彎曲現象之影響；而以上研究者探討溫度對光纖所造成的物理特性大都應用傅立葉定律，但並未考量光纖尺度上可能造成物理特性的差異。

Nernst在研究中提出，熱良導體的熱慣性延遲(thermal inertia)效應即熱波(Heat Wave)現象(1917)。Onsager從統計力學角度首先提出傅立葉定律忽略了加速熱載子所需要的時間，並指出其違反微觀可逆性(1931)。Cataneo從運動理論(kinetic theory)推導熱量的一次微分項的影響(1948)。並在1951年研究推導出擴散方程式與波方程式(或Telegraph方程式)，對微觀熱傳的機制成因做了一個很好的闡釋[25]。1958年Cataneo及Vernotte分別對傳統擴散方程式的傅立葉定律提出修正，並認為雙曲線熱傳導(Hyperbolic Heat Conduction)才是可顯現出熱傳導本質的統御方程式[26-27]。

Tavernier從波茲曼傳輸方程式將碰撞(collision)項以鬆弛時間近似法(relaxation-time approximation)作線性化處理微觀熱傳，此方法兼顧易於求解及可充分描述微觀世界的需求[28-29]。Taitel利用雙曲線熱方程式解析一個兩端接觸到一個固定溫度熱源的平板，結果發現平板中央溫度竟可高於熱源之兩端點溫度，此結果違反熱力學第二定律定義一般稱之為Taitel's paradox[30]。1984年，Özisik等人使用解析方法分析脈衝在絕熱邊界的一維平板中脈衝之傳播，結果發現脈衝波會以波動形式傳遞，並被邊界反射等波動現象[31-32]。Glass等人提出了改善雙曲線熱傳導中波前不連續點的數值震盪問題[33]。1988年，Gembarovic and Majernik探討了有限脈衝在雙曲線熱傳導下的

行爲，並認爲當無因次空間項  $\frac{L}{\sqrt{\alpha\tau}} \geq 25$  時，溫度分佈方式不再具有雙曲線熱傳導微觀特色 [34]。1994 年，Vedavarz 等人亦有類似研究提出在十倍鬆弛時間的時間尺度內，應需考慮微觀雙曲線熱傳導效 [35]。1994 年，Özisik 與 Tzou 針對雙曲線熱傳導中波動理論有詳盡的論述 [36]。在極微小尺度下，傳統力學分析方法已無法呈現微觀現象。因此，使用一個可描述微觀現象，並有利於工程上的應用與分析爲小元件的物理特性是一項重要的工作，而雙曲線熱傳導正符合這樣需求。以微觀現象描述性而言，雙曲線雖非完全處理微觀細部行爲，但是它將各種微觀效應綜合於鬆弛時間內，並由於此項的存在，使得熱傳模式成爲雙曲線型式與 Tien 與 Qiu 的 Two-step model 及 Majumdar 的 EPRT (Equation of Phonon Radiative Transfer) 相似，展現出微觀熱載子的波動效應，利於描述微觀現象。而雙曲線熱傳導的形式爲可描述整體行爲之場方程式，爲一般工程研究者較熟悉解題之描述法。雖然目前雙曲線偏微分方程式在數值解題上，因波前不連續點的存在，尙未能適用於任意幾何形狀之分析，然而其場方程式之特性，將可借重傳統計算流體力學已發展之技巧，作爲微元件之工程分析。在雙曲線熱傳導適用於任意幾何形狀之解題方法被發展之前，對於雙曲線熱傳導特性的瞭解及適用範圍的探討，將有助於使用雙曲線熱傳導在微元件的應用。

以上文獻所描述之內容簡述一般考量光纖熱效應處理方式及將其微小尺度納入考量的工程應用方法。雖然實際上有些係數並不易直接由實驗測得，本研究將以微尺度熱效應之數值法求解，首先假設所有相關之係數爲已知即直接問題 (Direct problem)，以最不易量測得到的熱對流係數爲未知函數，並藉助於較易測得的表面溫度量測來輔助求解預測未知函數，故本研究爲逆算問題 (Inverse problem)。一般此類問題可分參數評估 (Parameter estimation) 和函數評估 (Function estimation) 兩類，本文屬於函數評估之範圍，因此擬採用一般認爲評估函數最具效率的共軛梯度法 (Conjugate gradient method) 來處理逆算問題；近年來，Huang 與 Chang 等學者曾利用此逆算方法分析散熱片預估熱對流係數，溼熱耦合問題和熱彈耦合問題，均獲得很滿意之結果 [37-40]。

### 三、研究方法:

光纖由玻璃纖維 (glass fiber) 和矽 (Silicon) 與尼龍 (Nylon) 塗層組成； $r_1$ 、 $r_2$  和  $r_3$  分別代表玻纖

半徑、界面半徑和外半徑。當外界溫度改變時，會在光纖內部誘生熱應力，此應力會影響光纖通訊之品質。此一環境因素影響往往難以避免，若欲使此影響減至最低並提升通訊品質，必須確切了解每一環節。而在環境因素中以熱對流係數最不易量測，導致計算光纖內熱應力時有困難，因此本計劃以逆算法來評估此一熱對流係數，進而求得光纖內部溫度分佈；然後利用熱彈理分析可求得光纖內部誘生之熱應力；最後由力學-光學關係，可求得熱負荷對光學行爲之影響。

假設此矽與尼龍之塗層當光纖外表面承受熱負荷，環境溫度  $\Delta T$  的變量；熱對流係數  $h(t)$  則隨時間而改變，該值不易量測爲未知函數。所以此微熱傳導問題爲一逆算熱傳問題，需藉助溫度量測才能求解；本計劃利用共軛梯度法配合較易量得的表面溫度量測來處理此一問題。整個分析過程中包含直接問題，靈敏性問題，伴隨問題，梯度方程式和收斂條件：

### 問題解析:

所謂熱的傳導現象即經由電子之間的碰撞而產生動能轉換，藉以達到物質內能傳遞的目的，將雙曲線熱傳導方程式 (hyperbolic heat conduction equation) 應用於微熱傳導問題上，即

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\tau}{\alpha} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} \quad (1)$$

其中  $\tau$  稱爲鬆弛時間 (Relaxation time) 且  $\tau = \alpha / c^2$ ，式中  $c$  爲熱波傳遞數度， $r$  與  $\alpha = k / \rho C_p$  分別爲空間座標及熱擴散係數。將方程式 (1) 以下列參數無因次化

$$r^* = r / 2\sqrt{\alpha\tau}, \quad t^* = t / 2\tau \quad \text{及} \quad \theta^* = \frac{T - T_i}{T_\infty - T_i} \quad (2)$$

忽略\*號後，可以將 (5) 式簡化爲

$$\frac{\partial^2 \theta_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta_i}{\partial r} = 2 \frac{\partial \theta_i}{\partial t} + \frac{\partial^2 \theta_i}{\partial t^2}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (3)$$

此處爲了簡化數學模式考量下列邊界條件與初始條件；同時在經過無因次化後分別爲

$$\frac{\partial \theta_1(0, t)}{\partial r} = 0 \quad (3a)$$

$$\theta_1(r_1, t) = \theta_2(r_1, t) \quad (3b)$$

$$\theta_2(r_2, t) = \theta_3(r_2, t) \quad (3c)$$

$$k_{r_1} \frac{\partial \theta_1(r_1, t)}{\partial r} = k_{r_2} \frac{\partial \theta_2(r_1, t)}{\partial r} \quad (3d)$$

$$k_{r_2} \frac{\partial \theta_2(r_2, t)}{\partial r} = k_{r_3} \frac{\partial \theta_3(r_2, t)}{\partial r} \quad (3e)$$

$$-k_{r_3} \frac{\partial \theta_3(r_3, t)}{\partial r} = h(t) [\theta_3(r_3, t) - 1] \quad (3f)$$

$$\theta_i(r, 0) = 0, i = 1, 2, 3 \quad (3g)$$

式中  $k_{r_i} = k_i / 2\sqrt{\alpha\tau}$  而  $i = 1$  代表纖核層，即玻璃纖維(glass fiber)； $i = 2, 3$  代表外層，即矽塗層(silicon coating)及尼龍塗層(Nynol)。依據逆向求解法則由直接解、靈敏度問題、伴隨問題及導出梯度方程式

$$J' = -\frac{\psi(r_3, t) r_3}{k_{r_3}} \cdot [\theta_3(r_3, t) - 1] \quad (4)$$

式中  $\psi$  為伴隨函數且在  $r = r_3$  量測之點溫度。

求解未知函數  $\tau(t)$  是基於函數  $J(h)$  之最小化，其迭代規則為

$$\tau^{K+1} = \tau^K - \beta^K p^K, \quad K=0, 1, 2, \quad (5)$$

上列方程式中：

$\tau^{K+1}$  : 第  $K+1$  次迭代的熱對流係數。

$\tau^K$  : 第  $K$  次迭代的熱對流係數。

$\beta^K$  : 第  $K$  次迭代的前進步距(search step size)。

$p^K$  : 第  $K$  次迭代的方向值。

而且

$$p^K = J'^K + \gamma^K p^{K-1}, \quad K = 1, 2, 3, \quad (6)$$

式中  $\gamma^K$  為第  $K$  次之共軛係數(conjugate coefficient)，其由下式決定：

$$\gamma^K = \frac{\int_0^{t'} [J'^K(t)]^2 dt}{\int_0^{t'} [J'^{K-1}(t)]^2 dt}, \quad \gamma^0 = 0 \text{ 和 } K = 1, 2, 3, \quad (7)$$

第  $K$  次迭代的前進步距  $\beta^K$  由下式決定：

$$\beta^K = \frac{\int_0^{t'} \theta(p^K) [\theta(\tau^K - Y)] dt}{\int_0^{t'} [\theta(p^K)]^2 dt} \quad (8)$$

### 力學分析:

若假設矽(Silicon)與尼龍(Nylon)塗層光纖在初始溫度  $T_\infty$  時為無應力狀態，當內部溫度改變時則會誘生熱應力，此一溫度改變量  $\Delta T = T_{mi} - T_\infty$  可由前述微熱傳分析中求得；同時假設玻璃纖維為剛性和聚合物的披覆層相較下，考量聚合物的披覆層黏彈的物理行為，則光纖內部之切向應變可表示為

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} (\sigma_r - \nu(\sigma_\theta + \sigma_z)) - \alpha\Delta T + \varepsilon_{rv} \quad (9)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E} (\sigma_\theta - \nu(\sigma_r + \sigma_z)) - \alpha\Delta T + \varepsilon_{\theta v} \quad (10)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} (\sigma_z - \nu(\sigma_r + \sigma_\theta)) - \alpha\Delta T + \varepsilon_{zv} \quad (11)$$

其中  $\varepsilon_r$ 、 $\varepsilon_\theta$  和  $\varepsilon_z$  分別表示光纖在徑向、切線方向及軸向因溫度改變所造成應變；而  $\sigma_r$ 、 $\sigma_\theta$ 、 $\sigma_z$ 、 $\alpha$ 、 $\nu$  和  $E$  各表徑向應力、切線方向應力、軸向應力、材料的有效熱膨脹係數(effective thermal expansion coefficient)、蒲松比(Poisson's ratio)比和 Young 氏模數； $\varepsilon_{rv}$ 、 $\varepsilon_{\theta v}$  和  $\varepsilon_{zv}$  為徑向、切線方向及軸向的永久應變。

對平面應變而言，吾人假設方程式中  $\varepsilon_z = \varepsilon_{zv} = \dot{\varepsilon}_{zv} = 0$ ，故應用拉普拉斯(Laplace)轉換法於這些方程式上，並利用其間的位移( $U$ )和  $\varepsilon_\theta$  切線方向應變(即  $U = r\varepsilon_\theta$ )之關係，可獲得：

$$\bar{U} = \left[ \frac{-(1+\nu)}{6\eta s} - \frac{\nu(1+\nu)}{E} \right] r \bar{\sigma}_r + \left[ \frac{2-\nu}{6\eta s} + \frac{1-\nu^2}{E} \right] r \bar{\sigma}_\theta - \left[ \frac{E}{6\eta s} + (1-\nu^2) \right] \frac{r\alpha\Delta T}{s} \quad (12)$$

上式的  $s$  代表拉普拉斯轉換域之轉換參數。利用玻璃纖維和塗層界面處具有相同位移之條件， $\bar{U}_{01} = \bar{U}_{11}$  與  $\bar{U}_{12} = \bar{U}_{22}$ ，可獲得

$$\bar{P}_1(s) = \frac{m_3 s^2 + m_2 s + m_1}{s(w_3 s^2 + w_2 s + w_1)} \Delta T \quad (13)$$

$$\bar{P}_2(s) = \frac{m_6 s^2 + m_5 s + m_4}{s(w_3 s^2 + w_2 s + w_1)} \Delta T \quad (14)$$

上式中  $m_1 - m_6$  和  $w_1 - w_3$  分別表示組合係數；方程式(13)及(14)再經由逆轉換後可得  $P_1(t)$  及  $P_2(t)$ 。

### 光學分析:

微彎曲損失(Microbending loss):

由於溫度改變  $\Delta T$ ，造成玻璃纖維中產生側向壓力  $P_1$ ，所導致的傳輸損失即微彎曲損失  $Q$  為

$$Q = \Lambda \cdot P_1 \quad (15)$$

式中  $\Lambda$  為常數，可由實驗求得。

折射率改變量(Refractive Index Changes):

當玻璃纖維中誘生應力時，會導致折射率改變，根據應力-光學間之關係，徑向、切向、和軸向其改變量分別為：

$$\Delta n_r = n_r - n = -B_2 \sigma_r - B_1 (\sigma_\theta + \sigma_z) \quad (16a)$$

$$\Delta n_\theta = n_\theta - n = -B_2 \sigma_\theta - B_1 (\sigma_r + \sigma_z) \quad (16b)$$

$$\Delta n_z = n_z - n = -B_2 \sigma_z - B_1 (\sigma_r + \sigma_\theta) \quad (16c)$$

式中  $n$  是光纖中無應力狀態時之折射率； $n_r$ ， $n_\theta$ ，和  $n_z$  為光纖中存在應力狀態時之折射率； $B_1$  和  $B_2$  為力學-光學係數。

### 結果與討論：

圖 1 所示為驗證，波動方程式的正確性，結果顯示求解與其他學者獲得結果相同。因此假設  $\tau_3(t)$  為時間函數，各物理參數分別為：

$$\begin{aligned} r_o &= 62.5 \mu\text{m}, r_l = 110 \mu\text{m}, r_2 = 125 \mu\text{m} \\ \eta_1 &= 0.92 \text{GPa} \cdot \text{s}, \eta_2 = 100 \text{GPa} \cdot \text{s}, E_o = 72.56 \text{GPa} \\ E_1 &= 18.2 \text{Mpa}, E_2 = 2.1 \text{GPa}, \nu_o = 0.17, \\ \nu_1 &= 0.495, \nu_2 = 0.37 \\ \tau_3(t) &= 20(0.3 \cdot \sin(2\pi t) + 0.25 \cdot \sin(4\pi t) + 3t(1.1-t)) \end{aligned}$$

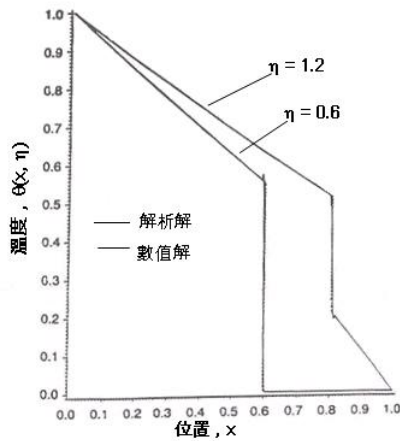


圖 1. 數值解與解析解比較

圖 2 所示為  $\tau_3(t)$  逆算之結果，與實際解及相近。

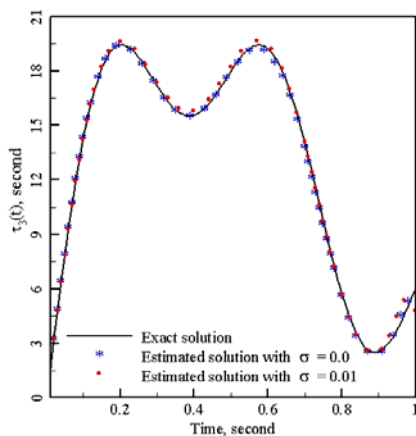


圖 2.  $\tau_3(t)$  解析與標準誤差干擾之逆算結果

材料物理參數的變化對光纖對微彎曲損失的影響將由暫態效應與穩態效應觀察，圖 3~5 為材料物理參數，楊氏模數、蒲松比及黏彈性係數沿各塗層變化所誘生的微彎曲損失，圖中顯示

暫態變化與穩態變化有相當的差異；微彎曲損失隨楊氏模數  $r_2$  的值沿變小而增大，而隨  $r_1$  蒲松比增大，穩態的微彎曲損失增加，但暫態的反而下降；對黏彈性係數的變化，暫態的微彎曲損失沿  $r_1$  的黏彈性係數增加而趨於平穩，而穩態的微彎曲損失，沿  $r_1$  的黏彈性係數降低而遞增。

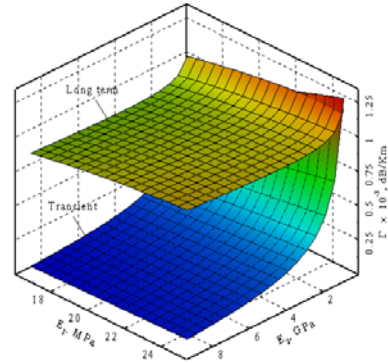


圖 3. 楊氏模數相對於光纖塗層之微彎曲損失

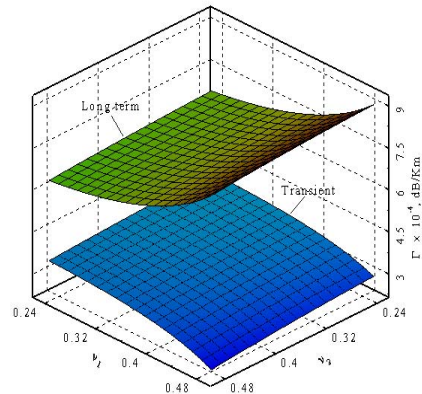


圖 4. 蒲松比相對於光纖塗層之微彎曲損失

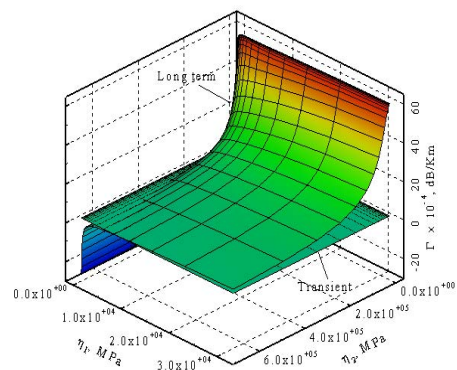


圖 5. 黏彈性係數相對於光纖塗層之微彎曲損失

### 四、參考文獻

- [1] 陳俊宏，台灣光電產業的發展與競爭優勢，國立臺灣大學，碩士論文，民 92，pp.80-104。

- [2] Williamson R.L., Brereton L.J., Antognozzi M. and Miles M.J., Vol. 71, pp.165-175, 1998.
- [3] Kaupp G., Herrmann A., Schmeyers J and Boy J., J. Photochemistry and Photobiology A: Chemistry, Vol.139, pp. 93-96, 2001.
- [4] Pack U. C., Transactions of the ASME, J. of Heat Transfer, Vol.121, pp.774-787,1999.
- [5] Cherin A. H., Introduction to optical fibres, New York: Mcgraw-Hill, 1983.
- [6] Bouten P. C. P., Broer D. J., Jochem C. M. G., Meeuwse T. P. M., and Timmermans H. J. M., J. of Lightwave Technology, Vol. 7, No. 4, pp.680-686, 1989.
- [7] Kaminow I. P. and Koch T. L., Optical fiber telecommunications IIIA. San Diego, Academic Press, 1992.
- [8] Primak W. and Post D., Journal of Applied Physics, Vol.30, p779, 1959.
- [9] Hanson E., Fiber and integrated optics, Vol. 3, 1980.
- [10] Scherer G.W., Applied Optics, Vol.19, No.12, pp.2000-2006, 1980.
- [11] T. Ando, Y. Arakawa, K. Furuya, S. Komiyama, H. Nakashima (Eds.) Mesoscopic Physics and Electronics, Springer-Verlag, 1998.
- [12] M. I. Flik and C. L. Tien, "Thermal phenomena in high-Tc thin film superconductors," Annual Review of Heat Transfer ch. 4, pp. 115-144, 1992.
- [13] A. Bejan, Heat Transfer, John Wiley & Sons, 1993.
- [14] S. G. Brush, "The kind of motion we call heat," v1, v2 North-Holland, 1976.
- [15] J. C. Maxwell, "On the dynamic theory of gases," Philos Trans. Soc. London, vol.157, pp.49-88, 1867.
- [16] D. D. Joseph and L. Preziosi, "Heat Waves," Rev. Mod. Phys., Vol. 61, No. 1, pp.41-73, 1989.
- [17] Suhir E., ASME Journal of Applied Mechanics, Vol. 55, No.10, pp.822-830, 1988.
- [18] King W.W.J. Lightwave Technology, Vol.9, No.8, pp.952-953, 1991.
- [19] Timoshenko S. P. and Goodier J.N., Theory of Elasticity, 3<sup>rd</sup> ed Mcgraw-Hill, New York, 1970.
- [20] Shiue S. T. and Lee, W. H., Journal of Materials Research, Vol.12, No.9, pp.2493-2498, 1997.
- [21] Shiue S. T., Lien P. T., and He J. L., Journal of Applied Physics, Vol.87, No.8, pp.3759-3762, 2000.
- [22] Yuan L., ACTA Optica Sinica, Vol.17, No.12, pp.1713-1717, 1997.
- [23] Chang W. J., Lee H. L., and Yang Y. C., Journal of Applied Physics, Vol. 88, No. 2, pp.616-620, 2000.
- [24] Yang Y. C., Chang W. J., and Lee H. L., Journal of Applied Physics, Vol. 88, No. 12, pp.6987-6992, 2000.
- [25] C. Cataneo, "Sur une forme de l'équation de la chaleur éliminant le paradoxe d'une propagation instantanée," Comptes Rendus, v247, pp.431-433, 1958.
- [26] P. Vernotte, "Les paradoxes de la théorie continue de l'équation de la chaleur," Comptes Rendus, v246, pp.3154-3155, 1958.
- [27] E. Zauderer, "Partial Differential Equations of applied mathematics," John Wiley & Sons, 1980.
- [28] J. Tavernier, "Sur l'équation de conduction de la chaleur," Comptes Rendus Acad. Sci., vol. 254, pp.69-71, 1962.
- [29] M. Gad-el Hak, "The fluid mechanics of microdevices-The Freeman scholar lecture," J. Fluid Eng. Vol. 121, pp.5-33, 1999.
- [30] Y. Taitel, "On the parabolic, hyperbolic and discrete formulation of the heat conduction equation," Int. J. Heat Mass Transfer, vol.15, pp.369-371, 1972.
- [31] M. N. Özisik and B. Vick, "Propagation and reflection of thermal waves in a finite medium," Int. J. Heat Mass Transfer, v27, n10, pp.1845-1854, 1984.
- [32] B. Vick and M. N. Ozisik, "Growth and decay of a thermal pulse predicted by the hyperbolic heat conduction," J. of Heat Transfer, ASME, vol. 105, pp.902-907, 1983.
- [33] D. E. Glass, M. N. Özisik, D. S. McRae, and B. Vick, "On the numerical solution of hyperbolic heat conduction," Numerical Heat Transfer, v8, pp.497-504, 1985.
- [34] J. Gembarovic and V. Majernik,



- “Non-Fourier propagation of heat pulses in finite medium, “Int. J. Heat Mass Transfer, vol.31, no.5, pp.1073-1080, 1988.
- [35] A. Vedavarz, S. Kumar and M. K. Moallemi, “Significance of non-fourier heat waves in conduction, “J. of Heat Transfer, ASME, vol.116, pp.221-224, 1994.
- [36] M. N. Özisik, and D. Y. Tzou “On the wave theory in heat conduction,” J. of Heat Transfer, ASME v116, pp.526-535 · 1994.
- [37] Chang W. J. and Weng C. I., I. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 42, pp.2661-2672, 1999.
- [38] Yang Y. C. and Chen U. C and Chang W. J., J. of Thermal Stresses, Vol.25, No.3, pp. 51-67, 2002.
- [39] Huang, Cheng-Hung; Tsai, Yao-Long, A transient 3-D inverse problem in imaging the time-dependent local heat transfer coefficients for plate fin, *Applied Thermal Engineering* Volume: 25, Issue: 14-15, October, 2005, pp. 2478-2495.
- [40] C.H. Huang, C.Y. Li, A three-dimensional optimal control problem in determining the boundary control heat fluxes, *Heat Mass Transfer* 39 (7) (2003) 589–598.

附件：封面格式

## 行政院國家科學委員會補助專題研究計畫成果報告

※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※

※ 應用雙曲線熱導模式逆解多塗層光纖之鬆弛時間及 ※  
※ 其光學效應之研究 ※

※ Applied Inverse Algorithm to Solve Relaxation time by ※  
※ using Hyperbolic Heat Conduction Model for a ※  
※ Multilayer Coated Optical Fiber and Its Effect of ※  
※ Optics ※

※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※

計畫類別：個別型計畫 整合型計畫

計畫編號：NSC95－2221－E－168－006

執行期間：95年08月01日至96年07月31日

計畫主持人：朱紹舒

共同主持人：張文進

計畫參與人員：王耀祥、張吉宏

本成果報告包括以下應繳交之附件：

- 赴國外出差或研習心得報告一份
- 赴大陸地區出差或研習心得報告一份
- 出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份
- 國際合作研究計畫國外研究報告書一份

執行單位：

中華民國 96 年 10 月 10 日