

崑山科技大學國際貿易系

二技部 94 學年度畢業專題

短期利率商品的風險值估計－

以台灣融資性商業本票與美國國庫券為例

指導老師：江明珠 老師

組 員：C930P017 陳振律

C930P025 趙育菁

C930P036 許志揚

C930P038 張譽耀

C930P040 鄭順仁

C930P046 陳俊佑

中 華 民 國 九 十 五 年 一 月 十 三 日

目錄

第壹章 緒論	1
第一節 研究背景及動機	1
第二節 研究目的	2
第三節 研究架構	4
第貳章 文獻探討與研究方法	5
第一節 文獻探討	5
第二節 風險值	10
第三節 回顧測試	12
第參章 實證結果分析	14
第一節 敘述統計資料分析	14
一、 數字分析	14
二、 圖形分析— $Q-Q$ 圖	16
第二節 參數估計	18
一、 傳統的 Hill 估計值	18
二、 改良的 Hill 估計值	23
第三節 風險值估計	24
第四節 回顧測試	25
第肆章 結論	27
參考文獻	28
一、 英文部分	28
二、 中文部分	29

圖目錄

圖一	移動窗口過程圖示	13
圖二	台灣融資性商業本票 Q-Q 圖資料	17
圖三	美國國庫券殖利率 Q-Q 圖資料	17
圖四	台灣融資性商業本票殖利率	20
圖五	美國國庫券殖利率變動	21

表目錄

表一	台灣票券市場之融資性商業本票日利率變動資料.....	15
表二	美國國庫券殖利率變動資料.....	15
表三	目視觀測法選取最適 K 值及對應的 HILL 估計值.....	22
表四	最適 K 值的決定.....	22
表五	最適 K 值及對應的 HILL 估計值.....	22
表六	改良的 HILL 參數估計值.....	23
表七	台灣與美國之風險值.....	25
表八	回顧測試結果.....	26

第壹章 緒論

第一節 研究背景及動機

隨著經濟的泡沫化與失業率的攀升，股市過去的榮景已不復見，為了刺激景氣、帶動經濟，政府不斷的調降利率，全球正式步入了「低利率時代」。而在此種低利率時代下，僅僅把金錢拿去存款或投資股票已不是最佳的理財方案。在一般情況下，人們除了可將金錢投資在有形的資產上亦可投資於無形的金融資產，而在目前的多元化金融體系中，可供投資人運用的金融商品越來越多，除了一般大家耳熟能曉的銀行存款、債券、股票、基金等，還有近年來投資人青睞的期貨、選擇權、認購權證等衍生性金融商品。但在這些琳瑯滿目的投資商品中如何了解並分析這些工具，使投資人能從中獲取最好的投資報酬率亦是大家所關切的。其實投資人除了須注意報酬率的高低外，更應留意隱含在投資標的中的「風險」。觀看國際間1993年日本昭和銀行與英國殼牌石油公司炒作遠期外匯不當造成鉅額損失，1994年美國加州橘郡因公債投資組合不利損失了17億美元，1995年歷史悠久的英國霸菱銀行因尼克里森於日經指數超額交易十億英鎊而落得被荷蘭國際集團以一英鎊收購，1998年美國長期資本管理公司於俄羅斯金融風暴中操作避險基金，虧損了高達47億美元而面臨倒閉，這些金融史上的重大事件都在在說明了風險管理在金融體系中扮演著舉足輕重的角色。風險管理者為了了解持有部位整體的風險，就要不斷的研究新的管理風險工具以求得更正確的評估風險。管理風險首先必須對風險程度有正確的衡量，才可使風險管理者預先得知風險的程度，而採取必要的避險措施以將可能損失降至最低。

風險值（Value at Risk, VaR）是一種用來衡量整體價格風險之方法，可計算投資組合在持有期間，特定機率下之最大可能損失，此為1996年國際清算銀行巴賽爾銀行監理委員會（Basle Committee on Banking Supervision, BIS）在巴塞爾協議（Basle Accord）修正案中，提出金融機構可以使用適合的風險值模型來評估市場風險，並藉以提撥適當

的資本來因應所可能面臨到的風險。而風險值最大的好處是可以將風險量化，用以衡量投資人在某一段時間內持有的資產組合在市場上的可能損失，能夠給予風險管理者提供較明確的數字與機率分析的參考。

由於目前國內風險值相關研究主題多以證券市場（盧陽正，2000；陳文華等，1999；沈大白等，1998；許溪南、許朝欽，2003；胡為善、陳芊如，2004）、外匯市場（李存修、陳若鈺，2000；林允永、彭華櫻，2003；林楚雄、謝景成，2003）期貨市場保證金設定（陳智誠，1996；李志宏、李進生、盧陽正，2000；陳恆杰，2001；林楚雄、謝秀虹，2001）為主要研究對象。相形之下，利率市場之報酬分配特性與風險值估測模型之適用性仍有待進一步的探討，隨著台灣期貨市場上利率期貨商品的上市，利率風險管理顯得日益重要，並且台灣目前尚未有學者針對此領域作深入研究，此為本文之研究動機。

第二節 研究目的

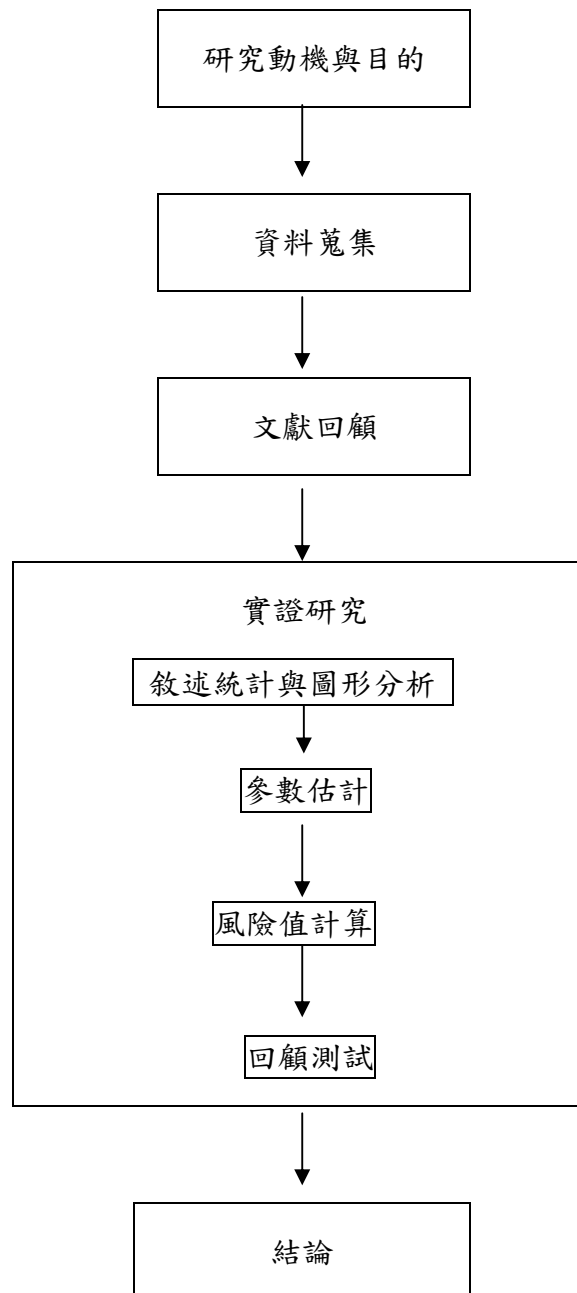
國內外對風險值估計的研究著作不勝枚舉，目前最常見的風險值估計方法有參數法、無參數法及半參數法。Danielsson and de Vries（1997a）學者認為使用無參數法是較準確且有效率的，因為無參數法對於資料特性有著較精準的分析能力，並且漸進分配具有參數法的特性，另外，由於報酬率的分配未知，以參數法估計須先對分配作假設，因此Danielsson and de Vries（1997a）認為無參數法是較適當的分析研究工具。

此外，由於利率變動的分配是未知的，而目前大部分的財務資料皆為厚尾分配，一般估計法是以常態分配作為假設，以致於尾端分配常無法精準的被估計出來而有被低估的現象產生。而極值理論（Extreme Value Theory, EVT），便是針對尾部分配作探討，不直接對整個分配作假設而能估計用以代表報酬率機率分配厚尾的程度的尾部參數，因此可較正確的找出尾端值的機率。

而尾部參數的估計法中，Hill與Pickand都提出尾部參數估計法，而最常被應用在財務時間序列的為Hill估計式（Hill, 1975），此法適用於估計厚尾分配的尾部參數。Hill

估計值所需使用的資料須相當龐大，才能得到符合理論設定而得近似真值的估計結果。Huisman, Koedijk and Pownall (1998) 認為使用Hill估計式求算尾部指數時，需要多達100,000個觀測值得龐大資料樣本才能獲得較精確的估計。因此，在小樣本下，Hill估計式容易有偏誤的問題產生。由於國內之利率資料筆數有限，若直接使用傳統的Hill估計值恐有小樣本偏誤之虞。因此本文採用Huisman, Koedijk, Kool and Palm (2001) 之改良的Hill估計值作為尾端指數估計方法。此法是修正傳統的Hill估計值，此法可視為傳統Hill estimators 的加權平均值，而權數則是由最小平方法所求得。使用該模型，即使不知道利率資產報酬的真實分配，藉由尾部參數即可求得樣本觀察值分配的厚尾程度，進而推估發生極端事件的可能機率。本文將以國內的商業本票以及美國的國庫券殖利率為研究對象，探討其利率變動分配之型態，以及根據Hill估計式得到的尾部參數估計值，估計VaR值，並探究其成效與適用性。

第三節 研究架構



第貳章 文獻探討與研究方法

第一節 文獻探討

由於社會型態的轉變，金融市場的重要性也與日俱增，其中，風險管理儼然已成為一項企業十分重視的課題，身為一個好的決策者，在做出種種決定時，需要了解並分析可能面臨的風險，進而將風險量化成明確且簡單易懂的數字，讓人們能充分的了解，進而做出正確的判斷。風險值（Value at Risk，簡稱VaR）之所以為近來企業界所重視之市場風險衡量指標，不外乎是因其可被量化為一簡單具體之數字。一般所謂的風險值指的是在特定的期間內以及特定的信賴水準下，預期投資標的物所可能產生的最大損失。舉例來說，如果有一家銀行說其所擁有的投資組合在下一營業日、信賴水準為95%的風險值為100萬。其所代表的意義即為這家銀行的投資組合在下一營業日有95%的機會損失不會超過100萬，換個角度想也就是損失超過100萬的機率只有5%。

但是，如何精準地估計出風險值卻是相當複雜繁複且不容易的。衡量風險值之方式大致分為參數法、無參數法及半參數法三種。由於參數法是以近似常態分配作為假設，在實際分配呈現厚尾分配時常有風險值被低估的現象產生。此法假定利率的變動是常態分配計算風險值，然而，過去許多的研究顯示利率變動非常態。事實上，財務時間序列是比常態分配的尾端來得厚尾，表示較大的利率變動比常態分配所預期的發生頻率更頻繁。而無參數法則是以歷史的報酬資料觀察值來估計風險值，但存在著因忽略過去未曾出現之極端損失而可能低估風險值的現象。近年來最受到重視的極值理論則屬於半參數法，此理論不需對原始資料分配做任何假設條件，但其分析對象為分配尾部之極端值，藉由極端值的分配進而估算預期的風險值。由於極端值的極限分配為特定的參數化分配，因此被歸類為半參數法。

極值理論之估計模型大致可以分成區間極大法（Block Maximum）模型，與門檻法（Peak-over-threshold）模型，而在門檻法模型中又包括兩種估計法，第一種方法為參數

法 (Full parametric model)，是以一般化柏雷圖分配為極端值之近似分配進行參數估計，第二種為半參數法 (semi-parametric model)，以 Hill 估計值為主，以 Hill(1975)提出的動差法來估計尾部參數，並利用此估計值與歷史資料的序列統計量求得風險值。

一、傳統的 Hill 估計值

Hill 的動差法為 Hill (1975) 提出，是目前一般最常用、最簡便的尾部參數估計方法，而尾部參數估計值是根據(1)式所得之估計值取倒數得之。若 k 為計算 Hill 估計值的序列統計量的個數，假設從一種未知的厚尾分配取出 n 個獨立觀測值，使 $x(i)$ 成為排序的序列統計量，即 $x(i) \geq x(i-1)$, $i = 2, \dots, n$ ，再從 n 個觀測值中取 k 個進行估計。Hill(1975) 提出用來估計 Hill 估計值 γ 的方程式：

$$\gamma(k) = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \ln(x(n-j+1)) - \ln(x(n-k)). \quad (1)$$

上式是以第 $(k+1)$ 個觀測值為門檻值，取 $1 \dots k$ 個觀測值以(1)式計算而得 Hill 估計值，該值之倒數為尾部參數估計值，Hill Plot 主要是描繪 $\{(k, \gamma^{-1}), 1 \leq k \leq n\}$ 的關係圖，圖形中 k 為橫軸， γ^{-1} 為縱軸， γ^{-1} 是 Hill 估計式的尾部參數， n 為樣本觀察值總數。當選取的門檻個數太多或太少時皆會使尾端指數偏離正確值，唯有選取適合的門檻個數才會使尾端指數估計值在正確值附近趨近穩定狀態，可以在 Hill plot 中目測觀測值 (k) 與尾端指數估計值 (γ^{-1}) 之關係圖，找出曲線明顯穩定的區域，以該區域的結束點來作為最佳門檻個數值。但因為此方法皆以目測方式來決定門檻個數，所以一般認為結果較不客觀。

由於 Hill 所求得的 k 值較不客觀，於是 Hall (1990) 提出子樣本拔靴法來決定最適 k 值，藉由最小均方誤 (MSE) 準則找出最適的 k 值，但若 MSE 為一線性估計式時，其偏誤 (Bias) 將為零而無法求得正確結果。

而 Danielsson and de Vries (1997b) 提出有別於 Hall 的拔靴法，他將尾端分別作 2 階展開，使其更具一般化。首先，先在 n 筆的原始日報酬資料中抽取 n_1 筆的子樣本後，

對子樣本作拔靴重複抽樣，得到最適門檻個數 k_{n1} ，並藉以估出尾端指數估計值 α ，第二階段再對 n_l 的子樣本進行拔靴複製，使 MSE 最小所對應之門檻個數取平均值後求最適門檻值個數 k 。

由於上述兩種做法之 k 值決定過程複雜且繁複，Phillips, McFarland and McMahon (1996)，提出一個決定最適的 k 值的方法，將計算得之 k 值代入(1)式計算Hill估計值，Phillips et al.(1996)決定最適 k 值的公式如下：

$$k = [\lambda n^{2/3}] . \quad (2)$$

其中， $[\]$ 表示高斯符號。在估計公式(2)時，Hall 與 Welsh(1985)證明參數 λ 可以 $\hat{\lambda}$ 估計式來估計之：

$$\hat{\lambda} = \left| \frac{\hat{\gamma}_2}{2^{\frac{1}{2}} \left(\frac{n}{k_1} \right) (\hat{\gamma}_1 - \hat{\gamma}_2)} \right|^{\frac{2}{3}} . \quad (3)$$

而求取最適 k 值與尾部參數的過程如下：

1. 首先求出公式(3)的 $\hat{\gamma}_1$ 與 $\hat{\gamma}_2$ ：

$\hat{\gamma}_1$ 與 $\hat{\gamma}_2$ 為 γ 的基本估計式，可藉由公式(1)來算出。先將所需的觀察個數分別設為 $k_1 = [n^A]$ ， $k_2 = [n^B]$ ；其中， $0 < A < \frac{2}{3}$ ， $\frac{2}{3} < B < 1$ 。求算出 k_1 與 k_2 之後，再代入公式

(1)，即可求得 $\hat{\gamma}_1$ 與 $\hat{\gamma}_2$ 。

2. 將 $\hat{\gamma}_1$ 與 $\hat{\gamma}_2$ 代入公式(3)，可得 λ 的估計值 $\hat{\lambda}$ 。

3. 將 $\hat{\lambda}$ 估計值代入公式(2)可求得 k 。

4. 最後將 k 代入公式(1)，可得 Hill 估計值 γ 。

二、改良的 Hill 估計值

Huisman, Koedijk, Kool and Palm (2001)提出的尾部參數估計方法可視為在

小樣本(k值小)下改良的Hill估計法。此法得到的小樣本估計值，為不偏估計值，Huisman et al.(2001)將一般的Hill估計值計算法，利用統計量之序列(k)與偏誤間之線性關係而得。

延續 Hall(1990)的研究，Dacarogna, Muller, Pictet and de Vries(1995)提出(4)式作為厚尾分配之累積機率分配的二階展開式：

$$F(x) = 1 - ax^{-\alpha}(1 + bx^{-\beta}). \quad (4)$$

上式中 β 大於 0， a 、 b 為實數，對厚尾分配而言，Hall 說明在給定的 k 之下，Hill 估計值的期望值接近於：

$$E(\gamma(k)) \approx \frac{1}{\alpha} - \frac{b\beta}{\alpha(\alpha + \beta)} \alpha^{-\frac{\beta}{\alpha}} \left(\frac{k}{n}\right)^{\frac{\beta}{\alpha}}. \quad (5)$$

從(5)式中可看出 k 值愈大，(5)式第 2 項越大，即用以計算 Hill 估計值之序列統計量愈多，偏誤將愈大，此外 k 值也影響尾部參數估計值的變異數。Hall(1990)從(4)式得到 Hill 估計值漸近變異數為：

$$\text{var}(\gamma(K)) \approx \frac{1}{k\alpha^2}. \quad (6)$$

(6)式中若 k 愈大，估計時使用的資料數量愈多，變異數會愈小。

因此，根據(5)式和(6)式，從不偏的觀點來看，會較偏好使用小樣本的 k 值，但從有效的觀點來看，大樣本之 k 值則較佳。意即，計算 Hill 估計值時，偏誤與準確度之間存在抵換關係。另外，從(5)式中可以發現只要 k 值大於 0 即存在偏誤，因此，當 k 愈大， γ 的型態取決於(5)式中之 β/α 之比。

然而，當 k 夠小且當 $\alpha=\beta$ 並給定任一小於 k 之 κ ，(5)式中的 γ 估計值與 k 間呈線性關係。Huisman et al.(2001)的作法是設定(5)、(6)式中的 $\alpha=\beta$ ，將(5)式改寫為：

$$\gamma(k) = \beta_0 + \beta_1 k + \varepsilon(k), \quad k=1, \dots, \kappa \quad (7)$$

他們取 k 為 1 至 κ ，與對應的 γ 估計值進行(5)式之參數估計，而不是選一個最適的 k 值估計 $\gamma(k)$ ，若 k 趨近於 0 時，(5)式中的截距項則為 γ 的不偏估計值。應用這個作法可以解決偏誤及變異間取捨之問題，而且還可以使用所有的 k 值對應之 Hill 估計值得到

參數估計值。雖然必需選定使 $\gamma(k)$ 與 k 呈線性之 κ 值，從他們的實證結果也顯示尾部參數估計結果在不同的 κ 值下均相當穩健。

因為第(7)式在估計過程中存在 $\varepsilon(k)$ 為異質變異以及資料重疊性的問題，若以最小平方方法(OLS)來估計參數，則參數的變異數會相當大，因此建議以加權最小平方方法來估計(7)式的參數，解決異質變異之問題。

而估計 $\gamma(k)$ 時之資料重疊的問題將造成 $\gamma(k)$ 間有序列相關。因此，直接使用加權最小平方方法(WLS)的標準誤估計值並不適當。然而加權最小平方方法(WLS)並不會產生有效的 (β_0) 尾部參數估計值。但使用最適的權重矩陣的一般化最小平方方法(GLS)則會產生一個近似的有效估計值，若配合殘差共變異數矩陣，將可以估計尾部參數估計值之標準誤。(7)式可以矩陣方式改寫為：

$$\gamma^* = Z\beta + \varepsilon, \quad (8)$$

向量 γ^* 是由 $\gamma(k), k=1, \dots, \kappa$ 所構成， Z 為 $(\kappa \times 2)$ 的矩陣，由第一欄為 1 為第二欄為向量 $\{1, 2, \dots, \kappa\}$ 所組成。加權最小平方方法(WLS)中 W 為 $(\kappa \times \kappa)$ 的對角矩陣，其對角線為 $\sqrt{1}, \sqrt{2}, \dots, \sqrt{\kappa}$ ，其他值為 0。(8)式乘上 W 後，可得到(9)式，則 β 參數的 WLS 估計值為：

$$b_{wls} = (Z'W'WZ)^{-1}Z'W'W\gamma^*. \quad (9)$$

$$\text{Cov}(b_{wls}) = (Z'W'WZ)^{-1}Z'W'W\Omega W'WZ(Z'W'WZ)^{-1}. \quad (10)$$

γ 的估計值為 b_{wls} 的第一個參數，為進行估計參數之假設檢定，需計算修正的 Hill 估計值之標準誤。

(10)式中的共變異數矩陣 Ω 需先求算才能得知參數的共變異數 $\Omega = A\Sigma A'$ ，矩陣 Ω 的求算過程如下：

1. A 為 $(\kappa \times (\kappa+1))$ 的轉換矩陣，而 A 設定為：

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & -1 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & \dots & 0 & -1 & 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -1 & 1/\kappa \dots & 1/\kappa & 1/\kappa & 1/\kappa & 1/\kappa & 1/\kappa \end{bmatrix} \quad (11)$$

2. 估計序列統計量的共變異數矩陣 Σ

Σ 則利用序列統計量之分配近似於常態分配的性質，樣本數為 n 之遞增序列統計量 $y(i)$ ($i=1, \dots, \kappa+1$) 的均數為 $\mu(i)$ 及共變異數 $v(i, j)$ 為：

$$\mu(i) = F_y^{-1}(P(i)), \quad (12)$$

$$v(i, j) = \frac{p(i)(1-p(j))}{nf_y(\mu(i))f_y(\mu(j))} \quad \text{for } i \leq j. \quad (13)$$

上式中 $p(i)$ 以 i/n 代入。 $F_y(y)$ 表示 y 的累積機率分配， $f_y(y)$ 代表 y 的機率密度函數。由於任一厚尾分配的尾部分配近似於柏雷圖分配，則可以使用柏雷圖分配計算(12)、(13)式中之均數及變異數，則該序列統計量的均數 $\mu(i)$ 為：

$$\mu(i) = \ln((1-p(i))^{-1/\alpha}). \quad (14)$$

A 與 Σ 得到 Ω 後代入(10)式即可將參數之共變異數矩陣，據以進行參數之假設檢定。

第二節 風險值

使用上節之尾部參數估計值可以進一步求算風險值，本文參考 Danielsson and de Vries(1997a)，作法如下：

設 p 為大於但接近 $1/n$ 之機率值， t 則為小於 $1/n$ 之機率值，則根據(4)式，若

$$1 - F(x_p) = \Pr\{X \geq x_p\} = p, \quad 1 - F(x_t) = \Pr\{X \geq x_t\} = t \quad \text{即：}$$

$$p \cong ax_p^{-\alpha} [1 + bx_p^{-\beta}],$$

$$t \cong ax_t^{-\alpha} [1 + bx_t^{-\beta}].$$

將 p 除 t 可得：

$$\frac{p}{t} \cong \frac{x_p^{-\alpha} (1 + bx_p^{-\beta})}{x_t^{-\alpha} (1 + bx_t^{-\beta})},$$

移項整理後，若忽略第 2 項則給定 p 可求得特定機率 t 之下分配尾部之臨界值 x_t 為

$$x_t \cong x_p \left(\frac{p}{t} \right)^{1/\alpha} . \quad (15)$$

上式可以利用序列統計量 $x_{(i)}$ ， $x_{(n)} \geq \dots \geq x_{(m)} \geq \dots \geq x_{(1)}$ 的實證機率，設定

$p = \frac{n-m+1}{n}$ 代入(15)式，則上式可改寫為：

$$\hat{x}_t = x_{(m)} \left(\frac{n-m+1}{nt} \right)^{1/\alpha} . \quad (16)$$

則 x_t 為特定機率 t 對應之臨界值，即為風險值。

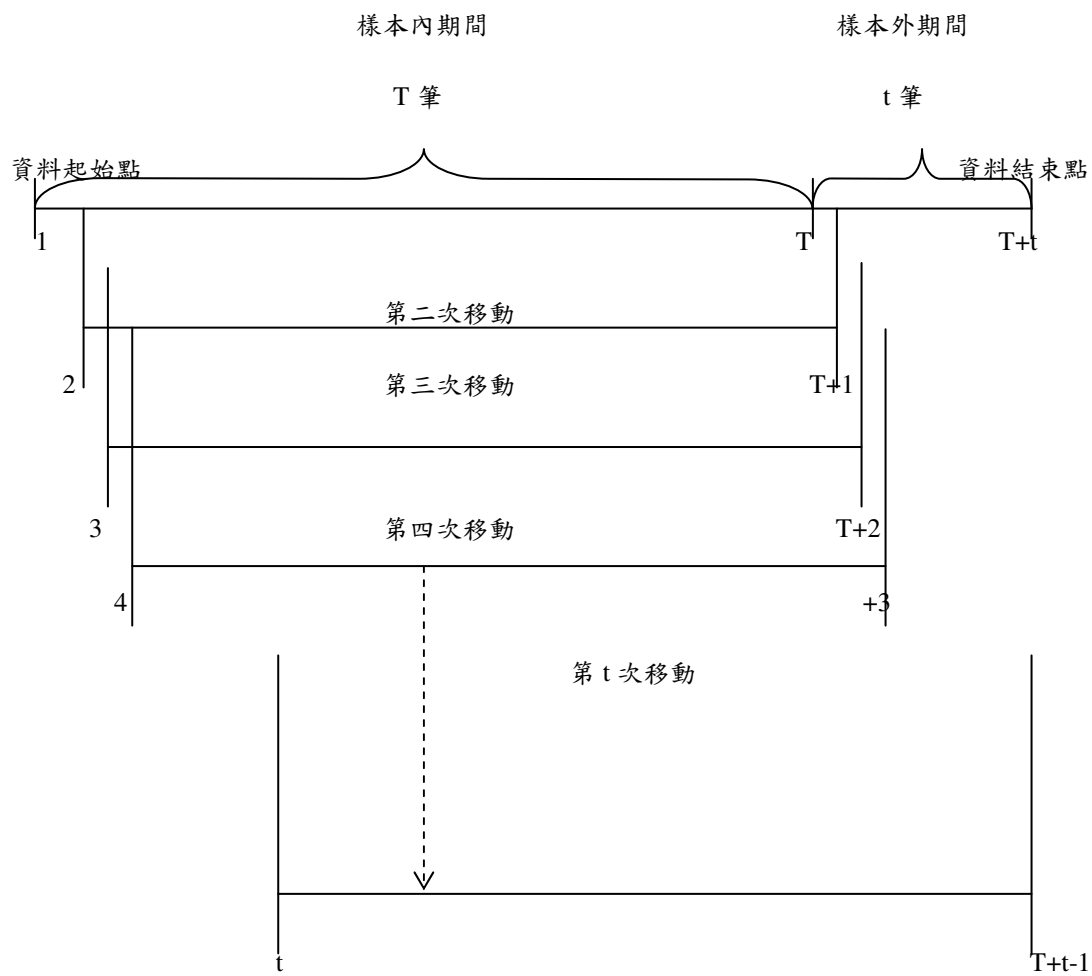
第三節 回顧測試

國際清算銀行 (Bank of International Settlement, BIS) 在 1996 年頒行的巴塞爾資本協定(Basle Capital Accord, BCA)，指出回顧測試能驗證風險值估算模型的可靠性，用以判斷風險值估算是否確實滿足市場實際風險狀況。此方式是利用過去一段期間的真實市場交易資料，比較其實際損失金額超過所估算的風險值次數，亦即檢視失敗次數與信賴水準趨近程度。其作法如下：

1. 將取得的歷史觀察值，所計算出來的 N 筆報酬率，設為 r_1, r_2, \dots, r_n ，t 則為回顧測試的期間。
2. 使用其中 T(T=N-t)筆的日報酬率的資料估計在 T 期對下一期風險值預測。
3. 利用移動視窗估算出 t 筆風險值。
4. 給定 $VaR_{\alpha,i}$ 為第 i 次移動視窗所估算的風險值。
5. 以 $VaR_{\alpha,i}$ 與 T+i 日的實際損益比較。

當實際損益的損失超過所估算出的風險值時，就是失敗，將測試期間的失敗次數除以測試期間即可得到失敗率(P_f)，亦即 $P_f = \text{失敗次數} / \text{測試期間}$ ，當失敗率(P_f)小於給定的信賴水準(α)機率時，則表示風險值模型高估風險，高估風險會造成提列過多的避險資金，形成資金運用缺乏效率，及造成資金成本浪費的情況；反之失敗率大於給定的信賴水準(α)時，則表示風險值模型低估風險，低估可能會使企業發生破產和影響企業是否存續，影響層面較嚴重。

本文的樣本資料是採用台灣融資性商業本票和美國國庫券殖利率變動分配求算之尾部參數估計值，進行風險值估測模型預測能力的評估。在估計風險值時，理論上愈能掌握報酬分配型態的模型應較能獲得正確的預測值。在測試時，必須注意的是，應當避免樣本數太少的情形，否則檢定的能力會變差。



圖一 移動窗口過程圖示

第參章 實證結果分析

本文所使用的資料取自時報資料庫次級市場的融資性商業本票日利率，包括90、180等天期之商業本票利率。90天期資料期間自1984/8/14至2004/3/31，180天期資料期間自1984/8/14至2003/12/31，去除無交易天數及明顯錯誤的資料，各有5484、5424筆日資料。表一為90、180等天期之商業本票利率資料根據Ait-Sahalia (1996)¹的方法轉換為殖利率後，取前後期之差為殖利率變動之基本敘述統計資料。

美國國庫券在不同到期天數下之殖利率變動序列取自美國雅虎財經網資料庫²，包括3、6個月之美國國庫券殖利率，3和6個月的資料期間均由1990/01/02至2004/08/04，各有3648、3648筆資料。表二為3、6個月期之美國國庫券在不同到期期間下之殖利率變動序列之基本敘述統計資料。

第一節 敘述統計資料分析

一、 數字分析

首先，我們針對所取得的台灣票券市場之融資性商業本票在不同到期天數之利率變動序列資料進行簡單的敘述統計分析，得到的結果如表2所示，由表中得知，平均報酬率均顯示為負，且都趨近於0，而由偏態係數及峰態係數可了解，序列分配呈現些許右偏及高狹峰現象。當到期日越長，前後期利率之差變動的平均值越大，標準差越小，峯態係數的變動除90天期商業本票外，當天數越長則顯示越高狹峯，此外，從Jarque-Bera統計量可獲知，所有的殖利率變動序列不服從常態分配。

¹ $BEY = ((100-B)/B) * (360/(T-t)); B = 100 * \exp(-YTM) * (T-t)/360$

BEY 為約當利率，B 為債券價格，YTM 為殖利率，(T-t)為發行天數。

² <http://www.federalreserve.gov/releases/h15/data.htm>

<http://research.stlouisfed.org/fred2/>

表一 台灣票券市場之融資性商業本票日利率變動資料

	樣本數	平均數 (%)	標準差 (% ²)	偏態係數	峰態係數	Jarque-Bera
CP90	5484	-0.110093	16.08844	1.544630	102.0744	2245076.0
CP180	5424	-0.112813	10.69641	2.975504	67.02086	934303.1

說明：CP90、CP180 代表到期之時間，90、180 天期之商業本票殖利率，變動的敘述統計資料。Jarque-Bera 檢定結果可以了解抽樣分配是否為常態，該統計量是偏態係數為 0，峰態係數為 3 的常態分配，JB 統計量的值，在 95%信賴水準下，可以用來檢定抽樣分配是否為常態。

美國國庫券在不同到期時間下之殖利率變動序列敘述統計分析結果如表3所示，所有序列均顯示負的平均報酬。偏態係數均是小於0，峰態係數均大於3，代表所有殖利率分配為左偏之高狹峰。當到期日越長，前後期利率差變動的平均值變動越小，標準差越大，峰態係數越小，此外，從Jarque-Bera統計量可獲知，所有殖利率變動資料不服從常態分配。

表二 美國國庫券殖利率變動資料

	樣本數	平均數 (%)	標準差 (% ²)	偏態係數	峰態係數	Jarque-Bera
3-MO	3648	-0.173794	4.807903	-0.463007	22.65882	58873.69
6-MO	3648	-0.168037	4.506705	-0.732239	13.28367	16400.59

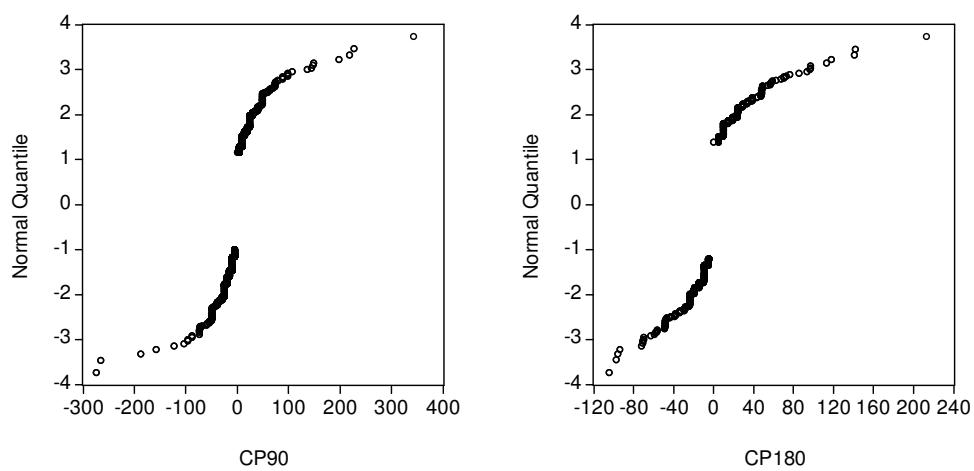
說明：3-MO、6-MO 各代表到期時間 3、6 個月的美國國庫券殖利率變動資料。Jarque-Bera 檢定結果可以了解抽樣分配是否為常態，該統計量是偏態係數為 0，峰態係數為 3 的常態分配，JB 統計量的值，在 95%信賴水準下，可以用來檢定抽樣分配是否為常態。

綜合以上敘述統計資料，比較台灣、美國之短期利率變動情況，顯示美國利率變動的幅度較大，但變動之標準差較小，顯示其利率變動值較大且較為集中；反之，台灣的商業本票利率差變動則越小且越分散。從JB檢定的結果可以發現兩國利率差之JB值均相當大，代表利率差之抽樣分配不為常態分配，但美國國庫券利率差的分配為左偏高狹峰，表示在均數附近的值發生機率高於鐘型分配，即大部分的變動在小於零的均數附近，且尾部偏向左越長，左邊尾部越長顯示左尾發生負極端值愈大；而台灣商業本票利率差的分配右偏且峰態高狹，表示在均數附近的值發生機率高於鐘型分配，且大部分的利率變動在小於零的均數附近，且尾部偏向右越長；右邊尾部越長顯示右尾的正極端值愈大。

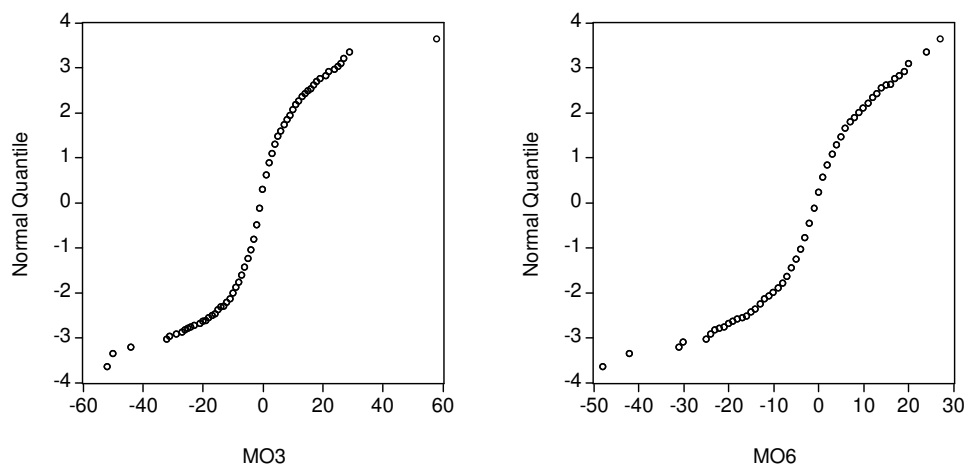
二、 圖形分析－Q-Q圖

Q-Q圖是以觀察排序後之觀測值的百分位數與理論分配對應的百分位數所繪製成的。若此圖形若接近直線，代表觀測值之分配近似理論分配。如果Q-Q圖展現出來的形態不為直線，代表兩個分配是相異的。Q-Q圖若先凸向原點，再凹向原點的形態，代表實際的分配是具有長尾部的，即表示利率值的變動偏態的程度，當利率變動的正值越大，長尾向右愈長，高峰越偏向左；負值越大，長尾向左愈長，高峰越偏向右。Q-Q圖是以縱軸表示理論分配，橫軸表示為觀測值的分配，本文以常態分配為理論分配觀察商業本票的利率變動與國庫券殖利率的變動是否為常態分配。

圖二與圖三分別是台灣融資性商業本票利率變動與美國國庫券殖利率變動之Q-Q圖，觀察圖二與圖三，圖形都是先凸向原點然後再凹向原點的曲線，因為不是接近直線的型態，因此不屬於常態分配，且由圖三中的台灣資料可看出正的極端值較大；圖三的美國資料則是相反的情況，顯示出圖二在長的右尾的有發生正的極端值的情況，圖三則反之。



圖二 台灣融資性商業本票 Q-Q 圖資料



圖三 美國國庫券殖利率 Q-Q 圖資料

第二節 參數估計

一、傳統的 Hill 估計值

一般的統計理論皆專注於分析樣本集中部位的型態，而在較極端的部份由於發生的機率渺小，都會將其忽略，然而尾部資料卻是風險管理者觀察的焦點。如同南亞海嘯的發生，雖然一年之中會有上萬次的無感地震，但這些還不至於造成我們生活的危險，不過只要發生一次雖然只有萬分之一的大地震，就造成如南亞海嘯般的災難。針對後尾的財務資料分配尾部這些極小發生事件的機率，Hill(1975)提出利用動差的方法估算出一個指數，來呈現這些極小機率的分配型態，稱為「尾部指數」，根據Hill(1975)所提出的方法，我們可以有效的對某一事件極少發生的機率加以預測，以達規避風險並降低損害。另外，隨著樣本數增加，極端值出現的次數也會增加，所以和一般的統計推論一樣可以推估其尾部機率分配的型態、機率密度數等統計特性。

本文使用台灣融資性商業本票殖利率變動與美國國庫券殖利率變動，首先利用(1)式估計得的Hill估計值 γ 的倒數為縱軸，與使用之序列統計量個數 k 為橫軸，值繪製出的Hill圖列於圖四和圖五，並以目測法觀察曲線平緩區，選出 k 值所對應的Hill估計值之倒數即為尾部參數，而 k 即為估計(1)式之最適序列統計量個數，其結果列於表三。

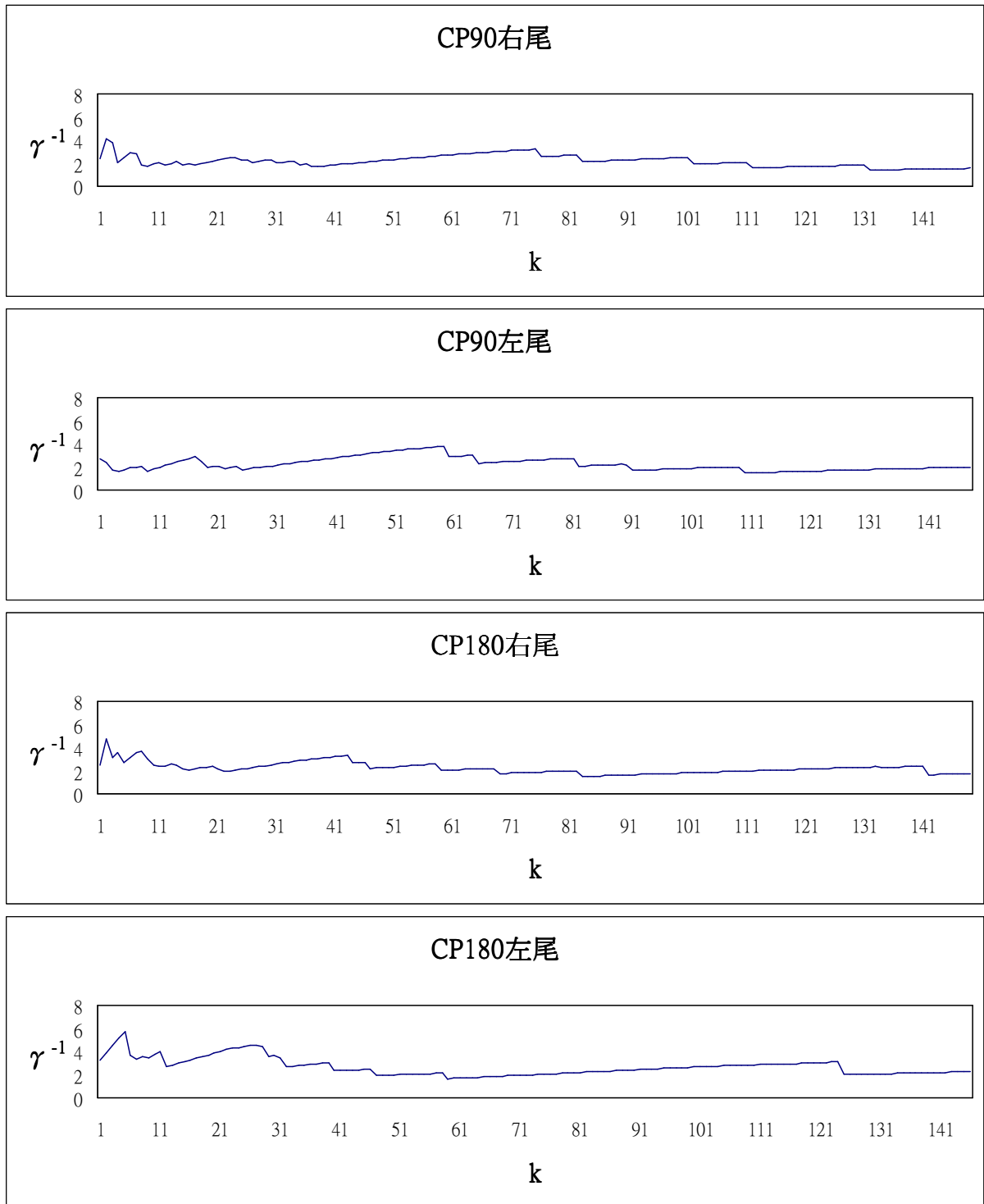
表三利用(1)式所得到的Hill估計值皆大於零。其中第(1)部份所列的台灣資料顯示到期天數越短其左右尾之 γ 值均有越大之情形，且右尾較左尾還厚尾，此與第一節中殖利率為右偏的觀察結果相符；表三第(2)部份所列的美國資料顯示到期天數越短，右尾 γ 值越大，而左尾 γ 值越小，故左右尾厚尾程度不一。

k 值的選定可從Hill plot經由目視觀測法選定出來，但鑒於太過個人主觀判斷，故本文參考Phillips et al(1996)的方法，即利用(2)式來作為最適的 k 值選取的參考， k 的計算列於表四，並列出該 k 值對應之Hill估計值於表五。

從表五第(1)部份的台灣資料，發現左尾到期天數越短 γ 值有趨大的情形，且左尾較

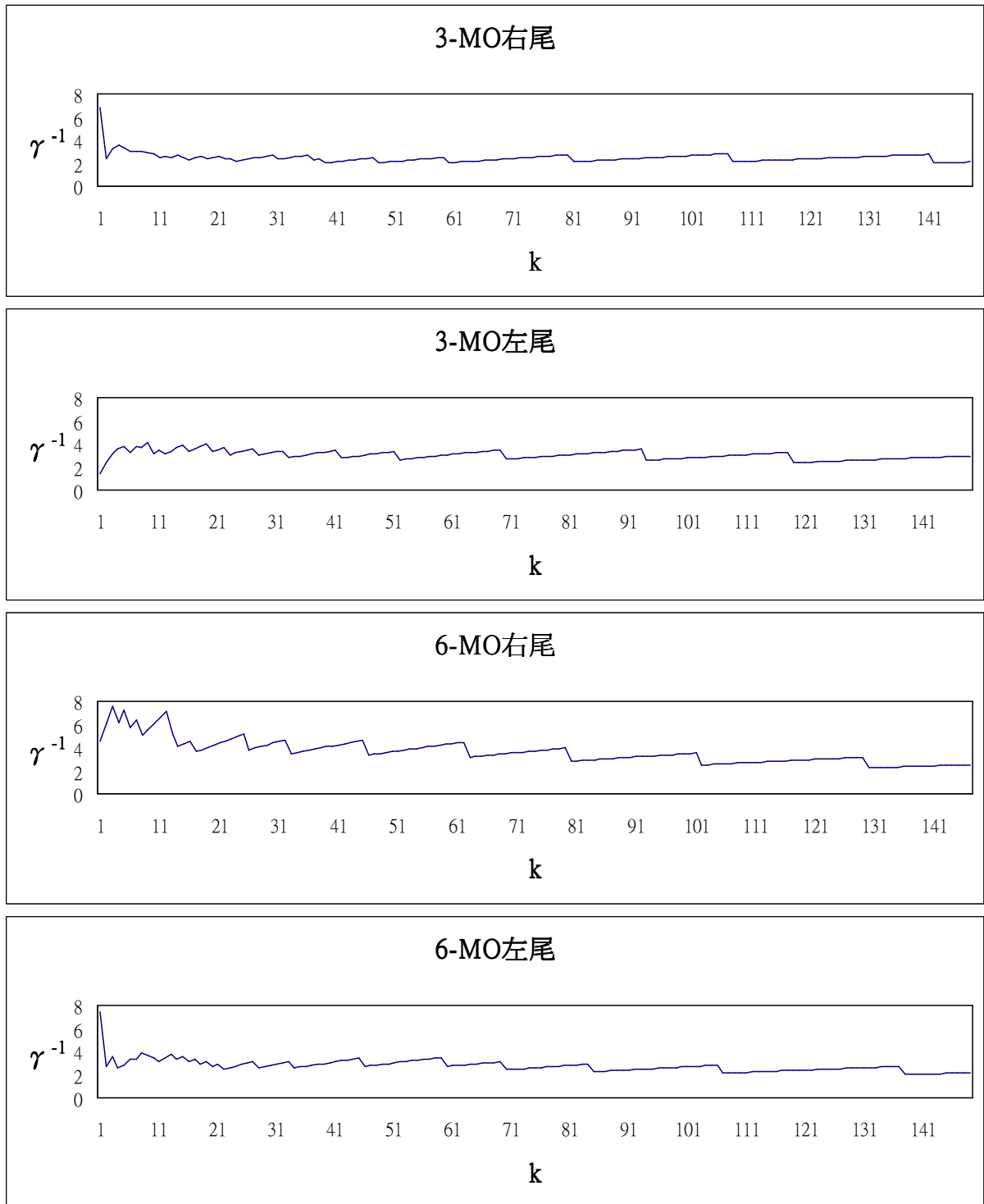
厚尾；第(2)部份的美國資料顯示右尾到期天數越短 γ 值有趨大之情形，但左右尾厚尾程度不一。

與目視觀測法相較，我們發現利用Phillips et al(1996)的方法得到的最適 k 值所對應的 γ 值較大。而比較台灣與美國資料我們也發現，台灣資料之右尾厚尾程度大於左尾，而美國部份則無法判斷。



說明：上圖 CP90 和 CP180 各為 90 天和 180 天到期天數之台灣融資性商業本票殖利率變動資料。右尾代表右尾分配極端值，左尾代表左尾分配極端值，橫軸 k 值代表累積極端值用來估計 Hill 估計值之左(右)尾序列統計量個數，縱軸 γ^{-1} 為針對台灣融資性商業本票殖利率變動根據(1)式估計得的 Hill 估計值的倒數。

圖四 台灣融資性商業本票殖利率



說明：上圖 3-MO 和 6-MO 各為 3 個月和 6 個月到期天數之美國國庫券殖利率變動資料。右尾代表右尾分配極端值，左尾代表左尾分配極端值，橫軸 k 值代表累積極端值用來估計 Hill 估計值之左(右)尾序列統計量個數，縱軸 γ^{-1} 為針對美國國庫券殖利率變動根據(1)式估計得的 Hill 估計值的倒數。

圖五 美國國庫券殖利率變動

表三 目視觀測法選取最適 k 值及對應的 Hill 估計值

	右尾		左尾	
	k	γ	K	γ
(1)台灣				
CP-90	24	0.4001	60	0.2656
CP-180	43	0.3012	30	0.2196
(2)美國				
3-MO	11	0.3491	41	0.2889
6-MO	27	0.1937	27	0.3228

說明：上表為 Hill(1975)的尾部參數估計法之估計結果，即使用(1)式所得估計值，此表第(1)部分為台灣融資性商業本票殖利率變動所得到之值，第(2)部分為美國國庫券殖利率變動所得到之值，上表採用目視觀測的方法來選取最適的 k 值。

表四 最適 k 值的決定

	k_1	k_2	$\hat{R}\gamma_1$	$\hat{R}\gamma_2$	$\hat{L}\gamma_1$	$\hat{L}\gamma_2$	$R\gamma$	$L\gamma$	Rk	Lk
(1)台灣										
CP-90	74	320	0.3161	0.7183	0.3912	0.6466	0.0663	0.0836	21	27
CP-180	74	318	0.5469	0.6766	0.5132	0.6513	0.1359	0.1270	42	39
(2)美國										
3-MO	60	244	0.3288	0.4170	0.3999	0.4148	0.1452	0.4740	34	112
6-MO	60	244	0.2380	0.3523	0.3679	0.3998	0.1092	0.2778	26	66

說明：上表為根據 Phillips et al.(1996)的方法決定最適 k 值，即使用(2)式和(3)式所得到之計算結果，此表第(1)部分為根據台灣融資性商業本票殖利率變動所得到之最適左(右)尾 k 值，第(2)部分為美國國庫券殖利率變動所得到之罪是左(右)尾 k 值，R 為右尾，L 為左尾。

表五 最適 k 值及對應的 Hill 估計值

	右尾		左尾	
	K	γ	K	γ
(1)台灣				
CP-90	21	0.4455	27	0.5631
CP-180	42	0.3071	39	0.3456
(2)美國				
3-MO	34	0.4034	112	0.3241
6-MO	26	0.2011	66	0.3344

說明：上表為 Hill(1975)的尾部參數估計法之估計結果，即使用(1)式所得估計值，此表第(1)部分為台灣融資性商業本票殖利率變動所得到之值，第(2)部分為美國國庫券殖利率變動所得到之值，上表採用 Phillips et al.(1996)的方法來決定最適的 k 值。

二、 改良的 Hill 估計值

Huisman, Koedijk, Kool and Palm (2001)提出的尾部參數估計方法可視為在小樣本(k值小)下改良的Hill估計法。利用(1)式估計結果與使用之序列統計量個數k值計算出Hill估計值的倒數，進而根據Phillips et al(1996)的方法決定最適的k值，選擇第k+1大的觀察值當做門檻值，然後再用大於門檻值的資料觀察值利用(9)式進行加權最小平方法求得Hill估計值 γ ，結果列於表六。

觀察發現利用(9)式所得到之改良的Hill參數估計值皆顯著大於零，顯示觀察的序列統計個數資料具有厚尾型態。另外，表六第(1)部份的台灣資料顯示除了CP180左尾 γ 值為0.2268之外，CP90之左右尾及CP180之右尾的 γ 值皆有0.4以上，且左右尾厚尾程度不一。表六第(2)部份的美國資料顯示左尾到期天數越短 γ 值有趨大之情形，觀察發現右尾較為厚尾。比較台灣與美國資料我們發現，台灣資料的右尾較厚尾，而左尾則無法判斷。經由改良後的Hill估計值與傳統的Hill估計值相較分析結果為，改良後的Hill估計值偏小，代表傳統的Hill估計值有高估極端值發生機率之情形，此部份與Huisman et al(2001)所提出的研究結果相符。

表六 改良的 Hill 參數估計值

	右尾 γ	左尾 γ
(1)台灣		
CP-90	0.4156 (0.00)	0.4845 (0.00)
CP-180	0.4748 (0.00)	0.2268 (0.00)
(2)美國		
3-MO	0.2701 (0.00)	0.4367 (0.00)
6-MO	0.1312 (0.00)	0.3349 (0.00)

說明：表 5 分別代表台灣融資性商業本票殖利率變動與美國國庫券利率變動之各不同到期日之尾部參數估計值，第(1)部份 CP90 和 CP180 分別代表 90 天和 180 天等不同到期天數之台灣融資性商業本票；第(2)部份 3-MO 和 6-MO 分別代表 3 個月和 6 個月等不同到期天數之美國國庫券。上表採用 WLS(加權最小平方法)估計第(9)式之 β_0 得到的參數估計值 γ ，括號內為 P 值，P 值為零，即代表在 Hill 估計值等於零的虛無假設之下，代表估計值顯著異於零。

第三節 風險值估計

「風險值」目的是用以衡量整體價格風險並將風險量化，代表投資人在未來的某一段時間內所持有的資產組合，在市場上可能面臨到的最大可能損失，能夠給予風險管理者提供較明確的數字與機率分析。由於債券的價格與利率是呈相反方向變動，因此，投資債券交易的利潤和風險都來自利率的漲跌。當買進債券之後，如果利率下跌，代表利率變動為負，債券價格上漲，投資人將有資本利得，產生投資利潤；反之，買進債券之後，如果利率上揚，代表利率變動為正，債券價格下跌，投資人將有資本損失，而蒙受投資虧損。所以，對債券投資人而言，正的利率變動為其風險管理關注的焦點，意即，債券投資人較為關心右尾風險值；對債券發行者而言，發行債券後，若利率上漲，債券價格下跌，對債券發行者為有利；若利率下跌，債券價格上漲，對債券發行者是不利的，因此，負的利率變動將是其風險管理的焦點，意即，債券發行者較為關心左尾風險值。

本節從上一節估計出的尾部參數，代入(16)式後，計算出信賴水準0.99之下的風險值，結果列於表七。比較台灣與美國短期之殖利率變動之風險值可發現，在台灣資料部分之到期時間越長，右尾風險越大，而左尾則相反到期時間越短風險越大。美國左右尾皆為到期時間越短風險越大。

比較美國國庫券左右尾風險值，可以發現右尾的風險值明顯小於左尾的風險值。符合短期利率的變動隨預期資訊之修正而越快的現象，代表債券發行者面臨的風險越大，且左尾的風險值較大，因此，比較債券發行者與債券投資者的風險，在美國市場，是不利於債券發行者。

表七 台灣與美國之風險值

	台灣			美國	
	左尾	右尾		左尾	右尾
CP90	11.4684	8.1717	M3	105.1173	11.0571
CP180	10.0360	28.8910	M6	64.6008	1.4146

說明：上表列示在 0.99 信賴水準不同到期時間之殖利率變動的風險值，左、右尾的極端值之風險值根據(16)式求得。其中 CP90、CP180 為 90、180 天到之台灣融資性商業本票殖利率變動資料的風險值，M3、M6、Y1 為到期 3、6 個月期間之美國國庫券的風險值。

第四節 回顧測試

為了證明模型的預測能力是否正確，我們進行回顧測試，設定移動視窗的長度為 280 天(一年)，各資料之樣本數及測試天數列於表八。採用移動窗口的方法，所以在估算前需將取得的樣本資料分為兩型態，一為樣本內資料，另一個則為樣本外資料，所謂樣本內資料是從歷史資料中取一段期間的資料作為計算風險值所需要的樣本，而樣本外資料則是利用樣本內資料所計算出來的風險值，再與測試期間所發生的實際損益作比較。要注意的是移動視窗是樣本內資料會跟著時間的移動而跟著更新，但樣本內資料筆數並不會增加；以 CP90 為例，樣本內資料為 5025，共移動 280 次，例如：5026 日的報酬率風險值預測是使用 1~5025 日的日報酬率來計算再與當日實際的報酬率作比較，當 5026 日之實際的報酬率超過所估算出的風險值時，就是失敗一次。再將模型的失敗率加以比較即可得到其預測能力。

表八為回顧測試結果，在信賴水準為 99%的情況下，由表可以看出台灣的 CP90 的左右尾失敗次數各為一次，CP180 和美國的 M3、M6 左右尾失敗次數都為 0，顯示風險值被高估。當信賴水準改為 95%後就可明顯的看出 CP180 左尾失敗次數與理論的失敗次數吻合，右尾僅失敗二次，但 M3、M6 的右尾失敗次數則遠遠的超過理論失敗次數，就整體而言，95%信賴水準下左尾風險值的正確度較高，但信賴水準 99%下的風險值高估實際風險狀況。

造成此次測試 CP90 及 CP180 報酬率風險值高估的原因，我們認為台灣融資性商業

本票殖利率的變動是由動盪慢慢趨向平穩，而移動視窗又必需將整個樣本分為二部分，所以用樣本內資料估計得的高風險值來測試樣本外資料，可能造成風險值高估的情形。而美國資料的 M3 和 M6 在整個研究期間內平穩的移動，但在回顧測試期間殖利率變動出現了幾次的大幅度的跳動，以過去的利率變動估計得的風險值在較低信賴水準下可能無法完全捕捉未來實際的風險狀況，造成回顧測試在 95%信賴水準下得到高的失敗率之情形。

表八 回顧測試結果

		CP90	CP180	M3	M6
	樣本數(N)	5485	5425	3649	3649
	測試視窗天數(T)	5205	5145	3369	3369
	回顧測試(t)	280	280	280	280
左尾	理論失敗次數	2.8	2.8	2.8	2.8
P=99%	失敗次數	1	0	0	0
	失敗率	0.30%	0%	0%	0%
	理論失敗次數	14	14	14	14
P=95%	失敗次數	10	14	1	13
	失敗率	3.57%	5%	0.30%	4.64%
右尾	理論失敗次數	2.8	2.8	2.8	2.8
P=99%	失敗次數	1	0	0	0
	失敗率	0.40%	0%	0%	0%
	理論失敗次數	14	14	14	14
P=95%	失敗次數	8	2	20	108
	失敗率	2.85%	0.71%	7.14%	38.57%

第肆章 結論

由於利率變動的分配是未知的，且發現大部分財務資料皆為厚尾分配，一般估計法以常態分配作為假設，導致尾端分配常無法精準的估計出來而產生低估的現象。而極值理論 (Extreme Value Theory, EVT)，便是針對尾部特性 (tail index) 分配作探討，不直接對整個分配作假設，而能估計出用以代表報酬率機率分配厚尾程度的尾部參數，因此可較正確的找出尾端值的機率。本文以極值理論中屬於半參數法的Hill估計值，估計利率變動的尾部參數，探討短期利率的風險情況。

除了Hill (1980) 的傳統Hill估計值外，也採用Koedijk, Kool and Palm (2001) 提出的改良Hill估計值，對於台灣融資性商業本票殖利率變動與美國國庫券殖利率變動計算出尾部參數估計值，從尾部參數估計值計算短期利率商品之風險值，實證結果發現：

1. 改良的Hill估計值較傳統的Hill估計值小，顯示傳統的Hill估計值高估極端值發生的機率，整體來看，台灣資料之右尾較為厚尾，美國資料則反之。
2. 由風險值分析發現，在台灣市場右尾風險值較為偏大，對債券投資者不利，而美國市場左尾風險值明顯偏大，不利於債券發行者。
3. 基本上，若以BIS規定的信賴水準99%來進行VaR回顧測試，則VaR有高估的現象，除了六個月到期的美國國庫券殖利率正變動之外，在信賴水準為95%之下的回顧測試，結果接近理論設定，代表95%信賴水準之VaR模型預測準確性高。

綜合以上實證分析結果，我們可以發現使用極值理論中的半參數法來估計風險值是個不錯的方法，改良的Hill估計值較傳統的估計值小，代表傳統的估計法將會高估厚尾程度，使極端值出現的機率被高估。另外，從風險值可看出台灣市場與美國市場利率變動的分配情況不同，而對短期利率商品之發行者與投資人有不同的風險意涵。最後，以回顧測試的結果顯示在95%信賴水準下整體表現良好，在99%的信賴水準下則VaR有高估之虞。

參考文獻

一、英文部分

1. Dacorogna, M., Müller, U., Pictet, O., and de Vries, C. (1995), "The Distribution of Extremal Foreign Exchange Rate Returns in Extremely Large Data Sets," *Discussion Paper 95-70, Tinbergen Institute*.
2. Danielsson, J. and C. G. de Vries (1997a), "Tail index and quantile estimation with very high frequency data," *Journal of Empirical Finance*, 4, pp.241-257.
3. Danielsson, J., and de Vries, C.G. (1997b), "Beyond the Sample: Extreme Quantile and Probability Estimation," *Working paper, Mimeo*.
4. Hall, P., and Welsh, A.H. (1985), "Adaptive Estimates of Parameters of Regular Variation," *Annals of Statistics* 13, pp. 331-341.
5. Hall, P. (1990), "Using the Bootstrap to Estimate Mean Square Error and Select Smoothing Parameters in Non-parametric Problems," *Journal of Multivariate Analysis*, 32, pp.177-203.
6. Hill, B. (1975), "A Simple General Approach to Inference About the Tail of a Distribution," *The Annals of Mathematical Statistics*, 3, pp.1163-1174.
7. Huisman, R., Koedijk, K.G., and Pownall, R.A.J (1998), "VaR-x : Fat tails in Financial Risk Management?," *Journal of Risk* 1(1), pp.47-61.
8. Huisman, R., K.G Koedijk, J.M. Kool, and F. Palm (2001) "Tail-Index Estimates in Small Samples," *Journal of Business & Economic Statistics*. January, Vol.19, NO.1, pp.208-216.
9. Koedijk, K. G., F. G. J. A. Nissen, P. C. Schotman and C. C. P. Wolff (1997) "The dynamics of short term interest rate volatility reconsidered," *European Finance Review*, 1, pp.105-130.

10. Phillips, P.C.B., McFarland, J.W., and McMahon, P.C. (1996), "Robust Tests of Forward Exchange Market Efficiency with Empirical Evidence from the 1920s," *Journal of Applied Econometrics*, 11, pp.1-22.
11. Pickand, J. (1975), "Statistical Inference using Extreme Order Statistics," *The Annals of Statistics* Vol.3, No.1, pp.119-131.

二、中文部分

1. 李存修、陳若鈺 (2000), 「台灣股匯市風險值 (VaR) 模型之估計、比較與測試」, 金融財務, 第五卷, 頁51-75。
2. 李志宏、李進生、盧陽正(2000), 「新加坡摩根台指期貨與本國台指期貨合約稅制、保證金、漲跌設計及替代性之評估」, 證券市場發展季刊, 第12卷第1期, 頁146-167。
3. 沈大白、柯瓊鳳、鄒武哲 (1998), 「風險值衡量模式之探討— 以台灣上市公司權益證券為例」, 東吳經濟商學學報, 第二十二卷, 頁57-76。
4. 林允永、彭華櫻 (2003), 「風險值的衡量與驗證-匯率的實證研究」, 淡江大學財務金融學系碩士在職專班。
5. 林楚雄、謝秀虹 (2001), 「台股指數期貨保證金水準之設定: 極值理論」, 國立高雄第一科技大學財務管理所。
6. 林楚雄、謝景成 (2003), 「應用結合一般化誤差分配與歷史模擬法之風險值估計模型以增進匯率風險管理之績效」, 國立高雄第一科技大學財務管理所。
7. 胡為善、陳芊如 (2004), 「股價連動式債券之評價與投資風險分析」, 中原大學企業管理研究所。
8. 許溪南、許朝欽 (2003), 「台灣股市認購權證評價及其對標的股價風險與訊息傳遞之關係」, 國立成功大學企業管理學系碩博士班。
9. 陳文華、王佳真、吳壽山 (1999), 「風現值方法之比較」, 證券市場發展季

刊，第十一卷第一期，頁139-162。

10. 陳恆杰 (2001)，「臺灣加權股價指數期貨最適保證金之研究」，國立高雄第一科技大學財務管理研究所。
11. 陳智誠 (1996)，「合理的期貨保證金額度之研究—以SIMEX 摩根台股指數期貨為例」，國立臺灣大學財務金融學研究所。
12. 盧陽正 (2000)，「考量厚尾分配誤差修正之涉險值拔靴複製估計—以亞洲新興股市投資組合為實證」，證券市場展季刊，第十二卷第二期，頁1-28。